

Урок 2. Выражения с переменными

Алгебра, 7 класс · §1 · ~45 минут


Что ты узнаешь

- Что такое переменная и зачем буквы пробрались в математику.
- Как найти значение выражения при разных значениях переменной.
- Что такое допустимые значения переменной и какие значения «запрещены».

Разбираемся в теме

Вчера ты считал чек в кафе: $250 + 120 + 90$. Но представь, что цены меняются каждый день — то акция, то подорожание. Каждый раз переписывать всё заново? Скучно.


Математики ленивы (в хорошем смысле!) и придумали хитрость: вместо конкретного числа писать **букву**. Например, цена бургера сегодня неизвестна — обозначим её буквой a . Тогда стоимость двух бургеров — это $2 \cdot a$. Подставишь вместо a любую цену — получишь ответ.

 **Правило:** Буква, вместо которой можно подставлять разные числа, называется **переменной**. А запись с буквами и знаками действий — **выражение с переменной**.

Самое классное: одно выражение работает сразу для миллиона случаев.

Возьмём $2 \cdot a$:


- если $a = 250$, то $2 \cdot 250 = 500$;
- если $a = 300$, то $2 \cdot 300 = 600$;
- если $a = 99$, то $2 \cdot 99 = 198$.

 **Лайфхак:** Между буквой и числом или между двумя буквами знак умножения обычно не пишут: $2 \cdot a$ записывают как $2a$, а $a \cdot b$ как ab . Так короче и красивее. А вот $2 \cdot 3$ так писать нельзя — получится «23», совсем другое число!

 Попробуй сам, потом читай дальше: чему равно выражение $3x + 1$ при $x = 4$?

Подставляем: $3 \cdot 4 + 1 = 12 + 1 = 13$. Главное — не забыть про порядок действий из прошлого урока!


Как аккуратно подставлять значения

 **Частая ошибка:** При подстановке отрицательного числа обязательно бери его в скобки! Например, в выражении $5 - 2x$ при $x = -3$ пиши $5 - 2 \cdot (-3) = 5 + 6 = 11$. Без скобок легко запутаться в знаках.

Допустимые значения переменной

А теперь вспомни вчерашний запрет: на ноль делить нельзя. Эта же история продолжается и с буквами.

Возьмём выражение $10/x$. Можно подставить $x = 2$ (получим 5), $x = 5$ (получим 2), $x = -10$ (получим -1). А вот $x = 0$ подставить нельзя — получится $10/0$, бессмыслица!

 **Правило:** Значения переменной, при которых выражение имеет смысл, называются **допустимыми значениями переменной**.

Для выражения $10/x$ допустимы все числа, **кроме нуля**. А для выражения $3x + 7$ (там нет деления) допустимо вообще любое число — никаких запретов.

Выражение $10 / x$

Допустимо

$x = 1, 2, -7, 0.5 \dots$

Запрещено

$x = 0$

Рис. 1. Допустимые и недопустимые значения для $10/x$

🤔 **А знаешь ли ты?** Чтобы найти «запрещённые» значения, ищи в выражении дроби (деление на букву) и спроси: «При каком значении знаменатель станет нулём?» Вот это значение и запрещено.

📝 Разбор примеров

Пример 1. Найди значение выражения $4x - 5$ при $x = 3$.

Решение. Подставляем 3 вместо x : $4 \cdot 3 - 5$. Сначала умножение: $12 - 5 = 7$.

Ответ: 7.

Пример 2. Найди значение выражения $2a + 3b$ при $a = 5$ и $b = 4$.

Решение. Подставляем оба числа: $2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 10 + 12 = 22$.

Ответ: 22.

Пример 3. Найди значение выражения $10 - 3y$ при $y = -2$.

Решение. Подставляем -2 в скобках: $10 - 3 \cdot (-2)$. Умножение: $3 \cdot (-2) = -6$. Значит $10 - (-6) = 10 + 6 = 16$.

Ответ: 16.

Пример 4. Найди значение выражения $x^2 + 1$ при $x = 5$ и при $x = -5$.

Решение. При $x = 5$: $5^2 + 1 = 25 + 1 = 26$. При $x = -5$: $(-5)^2 + 1 = 25 + 1 = 26$. Минус «исчезает» при возведении в квадрат, ведь $(-5) \cdot (-5) = 25$.

Ответ: 26 в обоих случаях.

Пример 5. При каких значениях x не имеет смысла выражение $8/(x - 3)$?

Решение. Деление на ноль запрещено, значит знаменатель не должен равняться нулю. Найдём, когда $x - 3 = 0$: это при $x = 3$. Именно это значение недопустимо.

Ответ: при $x = 3$.

Пример 6. Найди значение выражения $(12 + a) / (a - 2)$ при $a = 6$.

Решение. Сначала проверим, допустимо ли $a = 6$: знаменатель $6 - 2 = 4$, не ноль — отлично. Числитель: $12 + 6 = 18$. Делим: $18 / 4 = 4,5$.

Ответ: 4,5.



Запомни главное

- **Переменная** — буква, вместо которой подставляют числа.
- Чтобы найти значение, **подставь** число вместо буквы (отрицательное — в скобках!) и считай по порядку действий.
- **Допустимые значения** — те, при которых выражение имеет смысл. Запрещены значения, при которых знаменатель равен нулю.



Домашнее задание

1. Найди значение выражения $5x + 2$ при $x = 4$.
2. Найди значение выражения $20 - 6a$ при $a = 3$.
3. Найди значение выражения $3m + 2n$ при $m = 5$, $n = 7$.
4. Найди значение выражения $7 - 4x$ при $x = -2$.
5. Найди значение выражения $x^2 - 10$ при $x = 4$.
6. При каком значении x не имеет смысла выражение $15/x$?

7. При каком значении a не имеет смысла выражение $9/(a - 5)$?
8. Найди значение выражения $(a + b) / (a - b)$ при $a = 7$, $b = 3$.
9. ★ Найди значение выражения $2x^2 - 3x + 1$ при $x = -3$.