

Урок 4. Свойства действий над числами

Алгебра, 7 класс · §2 · ~45 минут

Что ты узнаешь


- Три главных закона арифметики: переместительный, сочетательный, распределительный.
- Как считать в уме быстро и без калькулятора.
- Где эти законы прячутся в обычных вычислениях.

Разбираемся в теме


Спорим, ты умеешь считать быстрее, чем думаешь? Сколько будет $25 \cdot 4 \cdot 7$? Если в лоб — придётся помучиться. А вот фокус: $25 \cdot 4 = 100$, и тогда $100 \cdot 7 = 700$. Раз — и готово!

Этот фокус работает благодаря **законам (свойствам) действий**. Их три, и они твои лучшие друзья в устном счёте.

1. Переместительный закон


 **Переместительный закон:** От перестановки слагаемых сумма не меняется, и от перестановки множителей произведение не меняется. $a + b = b + a$
 $a \cdot b = b \cdot a$

Проще говоря: складывать и умножать можно в любом порядке. $3 + 8 = 8 + 3$, и $5 \cdot 9 = 9 \cdot 5$. Логично: купишь ли ты сначала 3 яблока, потом 8, или наоборот — всё равно у тебя 11 яблок.


 **Частая ошибка:** Этот закон НЕ работает для вычитания и деления! $10 - 3 \neq 3 - 10$, и $8 \div 2 \neq 2 \div 8$. Переставлять можно только при сложении и

умножении.

2. Сочетательный закон

 **Сочетательный закон:** Соседние слагаемые можно заменять их суммой, а соседние множители — их произведением. Проще: скобки можно ставить как удобно. $(a + b) + c = a + (b + c)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Вот тут и спрятался наш фокус с $25 \cdot 4 \cdot 7$. Мы сгруппировали так, как удобнее: $(25 \cdot 4) \cdot 7$.


 **Лайфхак:** Ищи «дружные» числа, которые дают круглый результат: 25 и 4 ($\rightarrow 100$), 2 и 5 ($\rightarrow 10$), 20 и 5 ($\rightarrow 100$), 8 и 125 ($\rightarrow 1000$). Ставь их рядом и считай первыми.

 Попробуй сам, потом читай дальше: посчитай удобным способом $2 \cdot 17 \cdot 5$.

Группируем дружные 2 и 5: $(2 \cdot 5) \cdot 17 = 10 \cdot 17 = \mathbf{170}$. Красиво!

3. Распределительный закон

Самый мощный из трёх. Он связывает умножение и сложение.

 **Распределительный закон:** Чтобы умножить число на сумму, можно умножить его на каждое слагаемое и результаты сложить. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Звучит сложно? А на деле ты так считаешь в магазине. Сколько стоят 6 шоколадок по 23 рубля? Считаем хитро: $6 \cdot 23 = 6 \cdot (20 + 3) = 6 \cdot 20 + 6 \cdot 3 = 120 + 18 = \mathbf{138}$.

$$\begin{array}{ccc}
 & 6 \cdot (20 + 3) & \\
 \swarrow & & \searrow \\
 6 \cdot 20 & & 6 \cdot 3 \\
 \\
 & 120 + 18 = 138 &
 \end{array}$$

Рис. 1. Множитель «раздаётся» каждому слагаемому в скобке

Распределительный закон работает и наоборот — это называется **вынесение общего множителя**: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$. Например, $7 \cdot 13 + 7 \cdot 87 = 7 \cdot (13 + 87) = 7 \cdot 100 = 700$. Заметил общий множитель 7? Вынес — и считать стало в разы легче.

🤔 **А знаешь ли ты?** Распределительный закон работает и с вычитанием: $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$. Например, $8 \cdot 99 = 8 \cdot (100 - 1) = 800 - 8 = 792$.

✍️ Разбор примеров

Пример 1. Вычисли удобным способом: $4 \cdot 18 \cdot 25$.

Решение. Переставим множители (переместительный закон) и сгруппируем дружные 4 и 25: $(4 \cdot 25) \cdot 18 = 100 \cdot 18 = 1800$.

Ответ: 1800.

Пример 2. Вычисли удобным способом: $36 + 58 + 64 + 42$.

Решение. Подберём пары, дающие круглые числа: $(36 + 64) + (58 + 42) = 100 + 100 = 200$.

Ответ: 200.

Пример 3. Вычисли, используя распределительный закон: $7 \cdot 102$.

Решение. Представим 102 как сумму: $7 \cdot (100 + 2) = 7 \cdot 100 + 7 \cdot 2 = 700 + 14 = 714$.

Ответ: 714.

Пример 4. Вычисли, используя распределительный закон: $6 \cdot 98$.

Решение. Удобнее через разность: $6 \cdot (100 - 2) = 6 \cdot 100 - 6 \cdot 2 = 600 - 12 = 588$.

Ответ: 588.

Пример 5. Вычисли, вынося общий множитель: $23 \cdot 15 + 23 \cdot 85$.

Решение. В обоих слагаемых есть множитель 23 — вынесем его: $23 \cdot (15 + 85) = 23 \cdot 100 = 2300$.

Ответ: 2300.

Пример 6. Вычисли удобным способом: $8 \cdot 125 \cdot 13 - 999 \cdot 0$.

Решение. Дружные 8 и 125 дают 1000: $(8 \cdot 125) \cdot 13 = 1000 \cdot 13 = 13000$. А $999 \cdot 0 = 0$ (умножение на ноль). Значит $13000 - 0 = 13000$.

Ответ: 13000.



Запомни главное

- **Переместительный:** $a + b = b + a$, $a \cdot b = b \cdot a$ (только сложение и умножение!).
- **Сочетательный:** скобки в сумме/произведении можно расставлять как удобно.
- **Распределительный:** $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$; обратно — вынесение общего множителя.
- Ищи «дружные» числа и круглые суммы — это путь к быстрому счёту.



Домашнее задание

1. Вычисли удобным способом: $2 \cdot 37 \cdot 5$.
2. Вычисли удобным способом: $25 \cdot 16$.

3. Вычисли удобным способом: $47 + 89 + 53 + 11$.
4. Вычисли, используя распределительный закон: $9 \cdot 103$.
5. Вычисли, используя распределительный закон: $7 \cdot 99$.
6. Вычисли, вынося общий множитель: $18 \cdot 24 + 18 \cdot 76$.
7. Вычисли удобным способом: $4 \cdot 27 \cdot 25$.
8. Вычисли удобным способом: $125 \cdot 8 \cdot 64$.
9. ★ Вычисли удобным способом: $36 \cdot 17 + 36 \cdot 23 - 36 \cdot 40$.