

# Урок 5. Тождества и тождественные преобразования


Алгебра, 7 класс · §2 · ~45 минут

## Что ты узнаешь

- Что такое тождество и тождественно равные выражения.
- Как приводить подобные слагаемые (собирать «своих к своим»).
- Как раскрывать скобки — и почему минус перед скобкой такой коварный.

## Разбираемся в теме

Бывает, два выражения выглядят совсем по-разному, а на деле — близнецы. Например,  $2x + 3x$  и  $5x$ . Подставь любое число вместо  $x$  — результат совпадёт. При  $x = 4$ :  $2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 20$  и  $5 \cdot 4 = 20$ . При  $x = 10$ :  $20 + 30 = 50$  и  $50$ . Всегда одно и то же!


 **Правило:** Два выражения называются **тождественно равными**, если при любых значениях переменных их значения совпадают. А равенство, верное при любых значениях, называется **тождеством**.

Превратить одно выражение в тождественно равное ему, но более простое — это и есть **тождественное преобразование**. Главное оружие здесь — законы из прошлого урока.


### Приведение подобных слагаемых

Представь корзину, где перемешаны яблоки и груши. Логично разложить: яблоки к яблокам, груши к грушам. В алгебре то же самое.

**Подобные слагаемые** — это слагаемые с одинаковой буквенной частью. Например,  $3x$  и  $7x$  подобны (у обоих « $x$ »), а  $3x$  и  $7y$  — нет (разные буквы).


 **Правило:** Чтобы привести подобные слагаемые, нужно сложить их числовые множители (коэффициенты), а буквенную часть оставить без изменений.

Например:  $3x + 7x = (3 + 7)x = 10x$ . Это работает благодаря распределительному закону! А  $8a - 5a = (8 - 5)a = 3a$ .

 **Лайфхак:** Число перед буквой называется **коэффициентом**. Если буква стоит без числа, коэффициент равен 1:  $x$  — это  $1x$ , а  $-x$  — это  $-1x$ .

 Попробуй сам, потом читай дальше: упрости  $4y + 9y - 2y$ .

Все слагаемые с « $y$ », складываем коэффициенты:  $(4 + 9 - 2)y = 11y$ . Готово!

 **Частая ошибка:** Нельзя складывать неподобные слагаемые!  $3x + 5y$  так и остаётся  $3x + 5y$  — это уже самый простой вид. «Яблоки с грушами не складывают.»

## Раскрытие скобок


Иногда скобки мешают, и их нужно убрать. Тут два случая.

**Плюс перед скобкой** (или скобка просто стоит). Скобки убираем, всё внутри переписываем без изменений:

$$a + (b - c) = a + b - c$$

**Минус перед скобкой** — вот где все попадают! При раскрытии каждый знак внутри скобки меняется на противоположный:

$$a - (b - c) = a - b + c$$

 **Правило:** Если перед скобкой стоит **минус**, то при раскрытии скобок знаки ВСЕХ слагаемых внутри меняются на противоположные. Если стоит **плюс** — знаки сохраняются.

Минус перед скобкой меняет знаки

$$5 - (3 + 2x)$$


$$= 5 - 3 - 2x$$

+ стало -

+ стало -

Рис. 1. При минусе перед скобкой все знаки внутри переворачиваются

Почему так? Потому что минус перед скобкой — это умножение на  $-1$ :  $-(3 + 2x) = (-1) \cdot (3 + 2x) = -3 - 2x$ . Распределительный закон в действии!

 **А знаешь ли ты?** Если перед скобкой стоит число, оно тоже «раздаётся» каждому слагаемому:  $2 \cdot (x + 4) = 2x + 8$ . А если минус и число вместе:  $-3 \cdot (x - 2) = -3x + 6$ .

Полный план упрощения выражения: **раскрой скобки** → **приведи подобные слагаемые**. В таком порядке.

### Разбор примеров

**Пример 1.** Приведи подобные слагаемые:  $6a + 11a$ .

*Решение.* Буквенная часть одинаковая, складываем коэффициенты:  $(6 + 11)a = 17a$ .

**Ответ:**  $17a$ .

**Пример 2.** Упрости выражение:  $9x - 4x + x$ .

*Решение.* Помним, что  $x$  — это  $1x$ . Складываем коэффициенты:  $(9 - 4 + 1)x = 6x$ .

**Ответ:**  $6x$ .

**Пример 3.** Раскрой скобки:  $7 + (a - 3)$ .

*Решение.* Перед скобкой плюс — знаки внутри сохраняются:  $7 + a - 3$ . Теперь приведём числа:  $7 - 3 = 4$ , получаем  $a + 4$ .

**Ответ:**  $a + 4$ .

**Пример 4.** Раскрой скобки:  $10 - (x + 6)$ .

*Решение.* Перед скобкой минус — меняем знаки всех слагаемых внутри:  $10 - x - 6$ . Приводим числа:  $10 - 6 = 4$ , получаем  $4 - x$ .

**Ответ:**  $4 - x$ .

**Пример 5.** Упрости выражение:  $3 \cdot (2x + 5) - 4x$ .

*Решение.* Сначала раскроем скобку, умножив 3 на каждое слагаемое:  $3 \cdot 2x + 3 \cdot 5 = 6x + 15$ . Выражение стало  $6x + 15 - 4x$ . Приведём подобные ( $6x$  и  $-4x$ ):  $(6 - 4)x + 15 = 2x + 15$ .

**Ответ:**  $2x + 15$ .

**Пример 6.** Упрости выражение:  $5a - (2a - 7) + 3$ .

*Решение.* Раскрываем скобку с минусом, переворачивая знаки:  $5a - 2a + 7 + 3$ . Приводим подобные: буквы  $(5a - 2a) = 3a$ , числа  $(7 + 3) = 10$ . Итого  $3a + 10$ .

**Ответ:**  $3a + 10$ .



### Запомни главное

- **Тождество** — равенство, верное при любых значениях переменных.
- **Подобные слагаемые** (одинаковая буквенная часть) складывают по коэффициентам, букву оставляют.
- **Плюс** перед скобкой — знаки сохраняются; **минус** — все знаки внутри меняются на противоположные.
- Порядок упрощения: сначала раскрой скобки, потом приведи подобные.



## Домашнее задание

1. Приведи подобные слагаемые:  $5x + 8x$ .
2. Упрости:  $12a - 7a + a$ .
3. Раскрой скобки и упрости:  $9 + (b - 4)$ .
4. Раскрой скобки и упрости:  $15 - (y + 5)$ .
5. Раскрой скобки и упрости:  $8 - (3 - m)$ .
6. Упрости:  $4 \cdot (x + 2) + 3x$ .
7. Упрости:  $2 \cdot (3a - 1) - 5a$ .
8. Упрости:  $10y - (4y - 6) - 2$ .
9. ★ Упрости:  $5 \cdot (2x - 3) - 2 \cdot (x - 4) + 1$ .