

Урок 8. Решение задач с помощью уравнений

Алгебра, 7 класс · §3 · ~45 минут

«В корзине яблоки и груши, всего 30 штук, груш в 2 раза меньше, чем яблок...» — и тут многие тяжело вздыхают. Текстовые задачи! Но у меня для тебя новость: ты уже умеешь решать уравнения. Осталось научиться **превращать слова в уравнение** — а это, оказывается, делается по чёткому плану. Освоишь его — и задачи из страшилок превратятся в приятную головоломку.

Что ты узнаешь

- Как **обозначить неизвестное буквой** и выразить через неё остальные величины.
- Как **составить уравнение** прямо по условию задачи.
- Чёткие **этапы** решения любой текстовой задачи.
- Разберёшь задачи трёх типов: **на части/покупки, на движение и на возраст**.

Разбираемся в теме

Главная идея: в задаче есть что-то неизвестное. Мы обозначаем его буквой x , а потом **переводим условие на язык математики** — записываем равенство. Это равенство и есть уравнение. Решаем его — и получаем ответ.


Этапы решения задачи с помощью уравнения.


1. **Обозначь** за x ту величину, которую ищут (или удобную для записи).
2. **Вырази** через x остальные величины из условия.
3. **Составь уравнение** — найди в условии равенство (что чему равно).
4. **Реши** уравнение.

5. **Вернись к вопросу** задачи и запиши ответ (часто нужно ещё что-то досчитать!).

6. **Проверь:** подходит ли ответ по смыслу условия.

Самый частый промах — на шаге 5: человек нашёл x и радостно пишет его в ответ, а спрашивали-то про другое. Поэтому всегда перечитывай вопрос.

 **Лайфхак.** За x удобно брать **меньшую** или **самую простую** величину — тогда остальные выражаются без дробей. «В 2 раза меньше» → если меньшее это x , то большее $2x$ (целое и красивое).

 **Частая ошибка.** Путают «больше на» и «больше в». «На 5 больше» → $x + 5$ (сложение). «В 5 раз больше» → $5x$ (умножение). Читай предлог!


Тип 1. Задачи на части и покупки

Здесь складывают количества или стоимости. Стоимость = цена · количество.

Пример рассуждения: «Купили 3 тетради и ручку. Тетрадь дороже ручки на 10 р., всё вместе 90 р.» Пусть ручка стоит x р. Тогда тетрадь — $(x + 10)$ р. Три тетради — $3(x + 10)$. Всё вместе: $x + 3(x + 10) = 90$.

Тип 2. Задачи на движение


Главная формула: **путь = скорость · время**, то есть $s = v \cdot t$. Отсюда $t = s/v$ и $v = s/t$.

 **Лайфхак.** Если объекты движутся навстречу — их скорости **складывают** (сближаются быстро). Если в одну сторону, один догоняет другого — скорости **вычитают** (так находят скорость сближения/удаления).


Тип 3. Задачи на возраст

Тут ключ — в том, что **за одно и то же число лет все стареют одинаково**. Через n лет к каждому возрасту прибавляется n ; n лет назад — у каждого

вычитается n . Разница в возрасте между двумя людьми **не меняется никогда**.

 **А знаешь ли ты?** Задачи на возраст обожали ещё в древности.

Сохранилась эпитафия математику Диофанту (III век) — целая стихотворная задача про то, сколько он прожил. Решается она... обычным линейным уравнением. Так что ты сейчас занимаешься делом с историей в полторы тысячи лет.

 **Попробуй сам.** Брату x лет, сестра старше на 3 года. Сколько лет сестре? А сколько им вместе? (Ответ: сестре $x + 3$; вместе $x + (x + 3) = 2x + 3$.)

Разбор примеров

Пример 1 (на части). В двух ящиках 50 кг яблок. В первом на 8 кг больше, чем во втором. Сколько яблок в каждом ящике?

Решение. Пусть во втором ящике x кг. Тогда в первом — $(x + 8)$ кг. Вместе: $x + (x + 8) = 50$
 $2x + 8 = 50$
 $2x = 42$
 $x = 21$. Значит, во втором 21 кг, в первом $21 + 8 = 29$ кг. Проверка: $21 + 29 = 50$, и $29 - 21 = 8$. ✓

Ответ: 29 кг и 21 кг.

Пример 2 (на покупки). Купили 4 одинаковые ручки и альбом за 80 р. За всю покупку заплатили 200 р. Сколько стоит одна ручка?

Решение. Пусть ручка стоит x р. Тогда 4 ручки стоят $4x$ р., а вместе с альбомом:
 $4x + 80 = 200$
 $4x = 200 - 80$
 $4x = 120$
 $x = 30$. Проверка: $4 \cdot 30 + 80 = 120 + 80 = 200$ р. ✓

Ответ: ручка стоит 30 р.

Пример 3 (на части). Ленту длиной 84 см разрезали на две части так, что одна в 3 раза длиннее другой. Найди длину каждой части.

Решение. Пусть короткая часть x см. Тогда длинная — $3x$ см. Вместе: $x + 3x = 84$
 $4x = 84$ $x = 21$. Короткая 21 см, длинная $3 \cdot 21 = 63$ см. Проверка: $21 + 63 = 84$, и $63 = 3 \cdot 21$. ✓

Ответ: 21 см и 63 см.

Пример 4 (на движение). Из города выехал велосипедист со скоростью 15 км/ч. Через 2 часа за ним вслед выехал мотоциклист со скоростью 45 км/ч. Через сколько часов после своего выезда мотоциклист догонит велосипедиста?

Решение. Пусть мотоциклист едет x часов до встречи. Тогда велосипедист к моменту встречи едет $(x + 2)$ часа. В момент встречи они проехали одинаковый путь от города: путь велосипедиста = путь мотоциклиста $15 \cdot (x + 2) = 45 \cdot x$
 $15x + 30 = 45x$ $30 = 30x$ $x = 1$. Проверка: велосипедист за 3 часа: $15 \cdot 3 = 45$ км; мотоциклист за 1 час: $45 \cdot 1 = 45$ км. Сошлось! ✓

Ответ: через 1 час.

Пример 5 (на движение навстречу). Из двух городов, расстояние между которыми 300 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Скорость первого 70 км/ч, второго — 80 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

Решение. Пусть они едут x часов до встречи. Навстречу — скорости складываем: за час сближаются на $70 + 80 = 150$ км. Весь путь между ними они закрывают вместе: $(70 + 80) \cdot x = 300$ $150x = 300$ $x = 2$. Проверка: первый проехал $70 \cdot 2 = 140$ км, второй $80 \cdot 2 = 160$ км; $140 + 160 = 300$ км. ✓

Ответ: через 2 часа.

Пример 6 (на возраст). Сейчас отцу 40 лет, а сыну 10 лет. Через сколько лет отец будет ровно в 3 раза старше сына?

Решение. Пусть пройдет x лет. Тогда отцу будет $(40 + x)$ лет, сыну $(10 + x)$ лет. По условию отец втрое старше: $40 + x = 3 \cdot (10 + x)$ $40 + x = 30 + 3x$ $40 - 30 = 3x - x$ 10

$= 2x \cdot x = 5$. Проверка: через 5 лет отцу 45, сыну 15; $45 = 3 \cdot 15$. ✓

Ответ: через 5 лет.



Запомни главное

- Обозначь неизвестное буквой (удобнее — меньшую величину).
- Вырази через неё остальные величины.
- Найди в условии **равенство** и запиши уравнение.
- Реши уравнение — и **вернись к вопросу** задачи.
- Формула движения: $s = v \cdot t$. Навстречу — скорости складывают, вдогонку — вычитают.
- Возраст: за одинаковое время все стареют одинаково, разница в возрасте постоянна.
- Всегда **проверяй** ответ по смыслу.



Домашнее задание

1. Задумали число. Если к нему прибавить 17, получится 42. Какое число задумали?
2. В двух коробках 64 карандаша. В первой на 12 больше, чем во второй. Сколько карандашей в каждой коробке?
3. Веревку длиной 96 см разрезали на две части так, что одна в 5 раз длиннее другой. Найди длины частей.
4. За 3 одинаковых блокнота и линейку за 30 р. заплатили 120 р. Сколько стоит один блокнот?
5. Из города выехал автобус со скоростью 60 км/ч. Через 1 час вслед за ним выехал автомобиль со скоростью 90 км/ч. Через сколько часов после своего выезда автомобиль догонит автобус?
6. Из двух пунктов, расстояние между которыми 240 км, навстречу выехали два поезда. Скорости 50 км/ч и 70 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

7. Маме сейчас 36 лет, дочери 8 лет. Через сколько лет мама будет в 3 раза старше дочери?
8. В классе 28 учеников. Девочек на 4 больше, чем мальчиков. Сколько мальчиков и сколько девочек?
9. ★ Сестре сейчас в 4 раза больше лет, чем брату. Через 6 лет ей будет в 2 раза больше, чем брату. Сколько лет каждому сейчас?