

Урок 9. Статистические характеристики

Алгебра, 7 класс · §4 · ~45 минут

Учитель объявляет: «Средний балл за контрольную — 4». Звучит отлично! Но потом выясняется, что половина класса получила пятёрки, а половина — тройки, а четвёрок вообще не было. Так бывает ли «четыре» хоть у кого-то? Одно число — «среднее» — иногда обманывает. Поэтому статистики придумали сразу несколько характеристик, которые описывают набор чисел с разных сторон. Сегодня ты с ними познакомишься — и научишься читать числа между строк.


Что ты узнаешь

- Что такое **среднее арифметическое** и как его считать.
- Что такое **размах** набора чисел.
- Что такое **мода**.
- Что такое **медиана** и чем она отличается от среднего.
- Когда какая характеристика честнее описывает данные.

Разбираемся в теме


Когда у нас есть **набор чисел** (например, оценки, рост учеников, время на дорогу), хочется описать его коротко — одним-двумя числами. Для этого и нужны статистические характеристики.

Среднее арифметическое


 **Правило.** Среднее арифметическое набора чисел — это сумма всех чисел, делённая на их количество.

Например, для чисел 4, 6, 8, 10: сумма = $4 + 6 + 8 + 10 = 28$, количество = 4, среднее = $28 \div 4 = 7$.

Среднее как бы «разравнивает» все числа: если бы всё поделить поровну, каждому досталось бы по 7.

 **Лайфхак.** Среднее всегда лежит **между** самым маленьким и самым большим числом набора. Если у тебя вышло меньше минимума или больше максимума — где-то ошибка в арифметике.

Размах


 **Правило. Размах** — это разность между наибольшим и наименьшим числами набора.

Для 4, 6, 8, 10: размах = $10 - 4 = 6$. Размах показывает, насколько сильно числа «разбросаны».

Мода

 **Правило. Мода** — это число, которое встречается в наборе **чаще всего**.

Для набора 2, 3, 3, 3, 5, 7 мода равна 3 (встречается три раза). Мод может быть несколько (если несколько чисел встречаются одинаково часто и чаще других). А может не быть вовсе — если все числа разные.

 **А знаешь ли ты?** Слово «мода» здесь — родственник той самой моды, что в одежде. И смысл похожий: модное — то, что встречается чаще всего, что «в ходу». Магазины обожают моду размеров обуви: какой размер чаще покупают, того и заказывают побольше.

Медиана

Это самая хитрая характеристика, поэтому действуем по шагам.

 **Правило. Медиана** — это «серединное» число набора. Чтобы её найти:

1. Расставь числа **по возрастанию**.
2. Если чисел **нечётное** количество — медиана это число ровно посередине.
3. Если чётное — медиана это **среднее арифметическое двух средних** чисел.

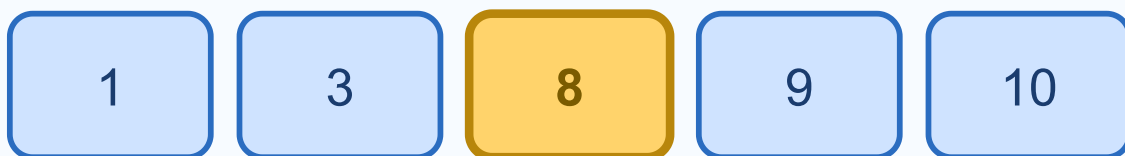
⚠ Частая ошибка. Ищут медиану, **не упорядочив** числа! Сначала всегда выстраиваем набор по возрастанию, и только потом смотрим, что стоит в середине.

Пример (нечётное количество): 1, 3, 8, 9, 10 — пять чисел, посередине стоит 8.
Медиана = 8.

Пример (чётное количество): 2, 4, 6, 10 — четыре числа, два средних это 4 и 6.
Медиана = $(4 + 6) \div 2 = 5$.

Медиана: число посередине

Набор по возрастанию: 1, 3, 8, 9, 10





2 числа слева
медиана = 8 — и 2 числа справа

Рис. 1. У нечётного набора медиана — ровно центральное число.

Зачем столько характеристик?

Вернёмся к классу с оценками 5, 5, 5, 3, 3, 3. Среднее = $(5 \cdot 3 + 3 \cdot 3) \div 6 = 24 \div 6 = 4$.
А ведь четвёрок ни у кого нет! Вот тут на помощь приходят мода (мод две: 5 и 3) и медиана. Разные характеристики — разные «портреты» данных.

 **Лайфхак.** Если в наборе есть одно резко выделяющееся число (например, зарплаты 20, 22, 21, 23 и вдруг 500), то среднее сильно «уезжает» к нему, а **медиана** остаётся честной — она устойчива к таким выбросам. Поэтому про доходы и цены часто сообщают именно медиану.

 **Попробуй сам.** Найди размах и моду набора: 7, 2, 7, 5, 7, 2. (Ответ: размах $7 - 2 = 5$; мода 7 — встречается три раза.)

Разбор примеров

Пример 1. Найди среднее арифметическое чисел 12, 15, 9, 20, 14.

Решение. Сумма: $12 + 15 + 9 + 20 + 14 = 70$. Количество: 5. Среднее = $70 \div 5 = 14$.

Ответ: 14.

Пример 2. Найди размах набора: 3, 17, 8, 11, 5.

Решение. Наибольшее число 17, наименьшее 3. Размах = $17 - 3 = 14$.

Ответ: 14.

Пример 3. Найди моду набора: 4, 6, 4, 9, 6, 4, 2.

Решение. Посчитаем, сколько раз встречается каждое число: 4 — три раза, 6 — два раза, 9 — один, 2 — один. Чаще всех встречается 4.

Ответ: мода равна 4.

Пример 4. Найди медиану набора: 10, 2, 7, 4, 9.

Решение. Сначала упорядочим по возрастанию: 2, 4, 7, 9, 10. Чисел 5 (нечётно), посередине стоит 7.

Ответ: медиана равна 7.

Пример 5. Найди медиану набора: 8, 3, 5, 1, 9, 6.

Решение. Упорядочим: 1, 3, 5, 6, 8, 9. Чисел 6 (чётно), два средних это 5 и 6 (третье и четвёртое). Медиана = $(5 + 6) \div 2 = 11 \div 2 = 5,5$.

Ответ: 5,5.

Пример 6. Для набора 6, 8, 6, 10, 5 найди все четыре характеристики: среднее, размах, моду и медиану.

Решение. Среднее: $(6 + 8 + 6 + 10 + 5) \div 5 = 35 \div 5 = 7$. Размах: $10 - 5 = 5$. Мода: число 6 встречается дважды, остальные по одному разу \rightarrow мода 6. Медиана: упорядочим 5, 6, 6, 8, 10; чисел 5, посередине 6 \rightarrow медиана 6.

Ответ: среднее 7, размах 5, мода 6, медиана 6.



Запомни главное

- **Среднее арифметическое** = сумма чисел \div их количество.
- **Размах** = наибольшее число – наименьшее.
- **Мода** = число, которое встречается чаще всего (может быть несколько мод или ни одной).
- **Медиана** = срединное число после упорядочивания (для чётного количества – среднее двух центральных).
- Перед поиском медианы **обязательно упорядочи** набор.
- Разные характеристики описывают данные с разных сторон; медиана устойчивее среднего к «выбросам».



Домашнее задание

1. Найди среднее арифметическое чисел 5, 9, 13, 5.
2. Найди размах набора: 14, 6, 21, 9, 3.
3. Найди моду набора: 1, 4, 4, 7, 4, 1, 9.

4. Найди медиану набора: 11, 5, 8, 2, 6.
5. Найди медиану набора: 12, 4, 9, 7, 3, 10.
6. Оценки ученика за неделю: 4, 5, 3, 4, 4, 5. Найди среднее арифметическое и моду.
7. Время (в минутах), которое ученик тратит на дорогу в школу за 5 дней: 18, 22, 20, 25, 15. Найди среднее и размах.
8. Для набора 7, 2, 7, 9, 2, 3 найди все четыре характеристики.
9. ★ В наборе из пяти чисел 3, 8, x , 10, 6 среднее арифметическое равно 7. Найди число x .