

Урок 10. Что такое функция

Алгебра, 7 класс · §5 · ~45 минут

Что ты узнаешь

- Что такое функция простыми словами и зачем это слово придумали
- Кто такой аргумент (независимая переменная) и кто такая функция (зависимая переменная)
- Что такое область определения функции
- Три разными способами задать одну и ту же функцию: формулой, таблицей и графиком
- Как замечать функциональную зависимость вокруг себя

Разбираемся в теме


Представь автомат с газировкой. Ты бросаешь монетки — он наливает стакан. Бросил 50 рублей — получил один стакан. Бросил 100 — два. Что бросишь, то и получишь: **каждой сумме денег соответствует свой объём газировки.**

Вот это «каждому своё, и притом ровно одно» — и есть сердце слова **функция**.

Математика обожает такие «автоматы». Ты подаёшь на вход число, автомат что-то с ним делает и выдаёт ответ. Например, автомат «удвой и прибавь один»:

- подаёшь 3 → получаешь $3 \cdot 2 + 1 = 7$
- подаёшь 10 → получаешь $10 \cdot 2 + 1 = 21$

Записывается этот автомат коротко: $y = 2x + 1$.


 **Правило:** Функция — это зависимость, при которой каждому значению одной переменной (x) соответствует **единственное** значение другой переменной (y).

Слово «единственное» тут главное. Если бы автомат на одну и ту же монетку иногда наливал один стакан, а иногда два — это был бы сломанный автомат, и функцией такая штука не была бы.

Аргумент и функция


У этих двух переменных есть имена.

- **x** — это то, что ты подаёшь на вход. Его называют **независимой переменной**, или **аргументом**. Ты сам выбираешь, какое x взять.
- **y** — это то, что получается на выходе. Его называют **зависимой переменной**, или **значением функции**. Ты его не выбираешь — оно зависит от x .


 **Лайфхак:** Запомни так: «аргумент — это то, что я **а**даю на вход». А y — это ответ, который сам собой получается.

Область определения

Не всякое число можно подать в автомат. Представь функцию «длина стороны квадрата \rightarrow его площадь». Сторону -5 см не бывает, значит, отрицательные числа сюда подавать нельзя.

 **Правило:** Область определения функции — это все значения аргумента x , которые **можно** подставить.

Например, у функции «сколько стоят n тетрадей по 20 рублей» область определения — это $0, 1, 2, 3, \dots$ (нельзя купить -2 тетради или $3,5$ тетради).

 **Частая ошибка:** Думать, что область определения — это всегда «все числа». Нет! Иногда какие-то значения x запрещены смыслом задачи или самой формулой.

Тремя способами про одно и то же

Одну функцию можно описать по-разному.

Способ 1. Формула. Самый компактный. Например, площадь квадрата со стороной x : $y = x^2$.

Способ 2. Таблица. Записываем пары «вход — выход»:

x	1	2	3	4
y	1	4	9	16

Способ 3. График. Картинка, на которой каждая пара $(x; y)$ превращается в точку. О графиках будет целый урок 12, а пока просто посмотри:

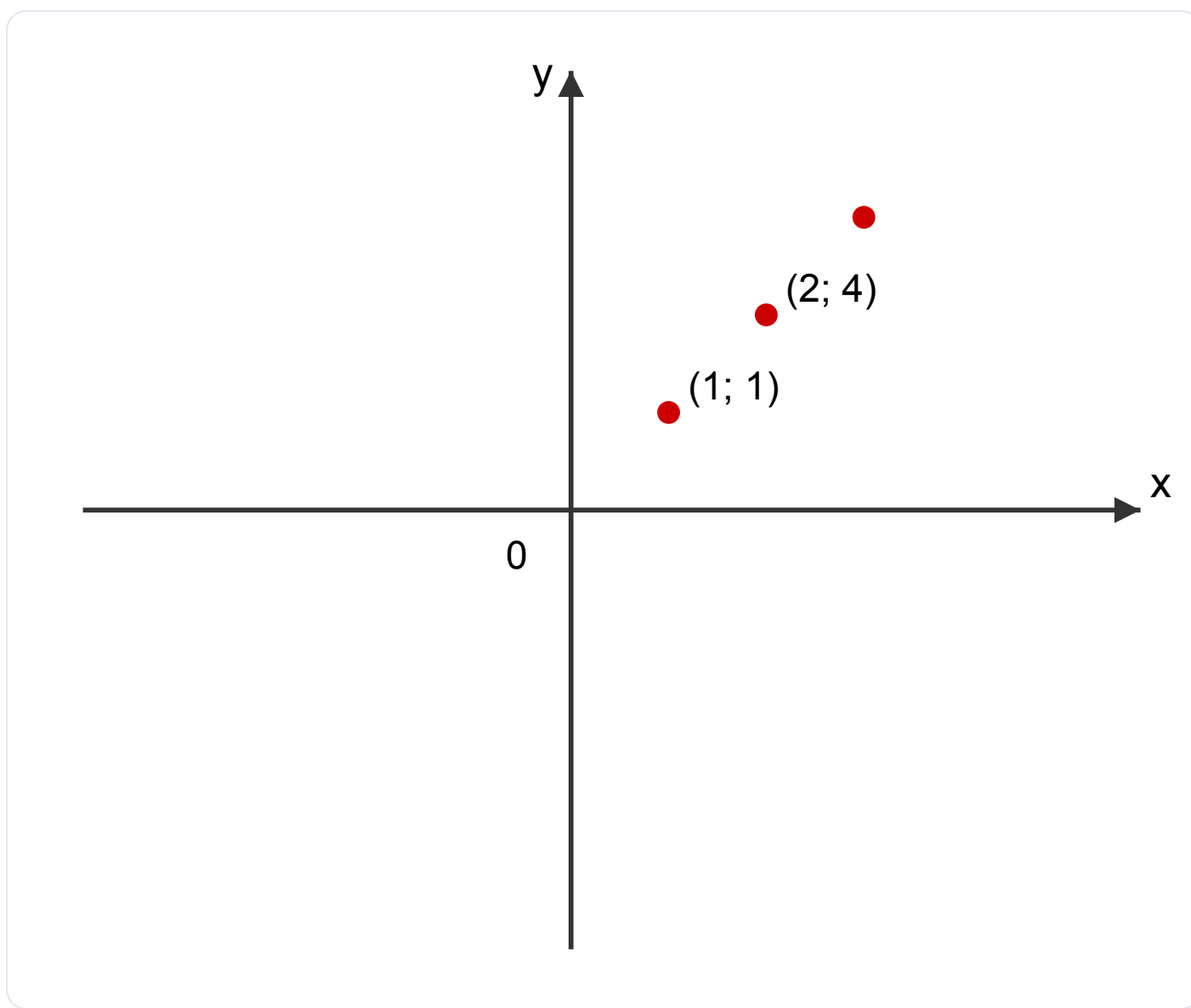


Рис. 1. Те же пары из таблицы, но как точки на плоскости

🤔 **А знаешь ли ты?** Слово «функция» (от латинского *functio* — «исполнение») в математику ввёл Готфрид Лейбниц в конце XVII века. А привычную запись $y = f(x)$ придумал Леонард Эйлер. Буква f — просто первая буква слова «функция».

🕒 **Попробуй сам:** Придумай свой «автомат» из жизни, где каждому входу соответствует ровно один выход. Например: «номер дня недели → название дня». Это функция?

✍️ Разбор примеров

Пример 1. В функции $y = 3x - 2$ назови аргумент и значение функции.

Решение.

- x — это то, что мы подставляем сами, значит, x — аргумент (независимая переменная).
- y — это то, что вычисляется по формуле, значит, y — значение функции (зависимая переменная).

Ответ: аргумент — x , значение функции — y .

Пример 2. Является ли функцией зависимость «рост ученика → его фамилия»?

Решение. Спросим себя: каждому росту соответствует ровно одна фамилия? Нет! Учеников с ростом 150 см может быть много, у них разные фамилии. Одному значению x соответствует несколько y — это не функция.

Ответ: нет, не является функцией.

Пример 3. Цена одной ручки 15 рублей. Задай формулой стоимость y покупки x ручек и найди область определения.

Решение. За каждую ручку платим 15 рублей, за x ручек — $15x$ рублей. Формула: $y = 15x$. Сколько ручек можно купить? 0, 1, 2, 3, ... — только целые

неотрицательные числа (полручки не продают).

Ответ: $y = 15x$; область определения — целые числа 0, 1, 2, 3, ...

Пример 4. Функция задана таблицей. Найди значение функции при $x = 3$.

x	1	2	3	4
y	5	8	11	14

Решение. Ищем в верхней строке $x = 3$, смотрим прямо под ним — там 11.

Ответ: при $x = 3$ значение функции $y = 11$.

Пример 5. Площадь прямоугольника со сторонами 4 см и x см задаётся формулой $S = 4x$. Найди область определения.

Решение. Сторона прямоугольника не может быть нулём или отрицательной (иначе это уже не прямоугольник). Значит, x — любое положительное число.

Ответ: x — любое положительное число ($x > 0$).

Пример 6. Является ли функцией зависимость «человек → его дата рождения»?

Решение. У каждого человека ровно одна дата рождения. Одному входу — ровно один выход. Да, это функция.

Ответ: да, является функцией.



Запомни главное

- **Функция** — зависимость, где каждому x соответствует **ровно один** y .
- x — аргумент (независимая переменная), его выбираешь ты.
- y — значение функции (зависимая переменная), оно получается из x .
- **Область определения** — все x , которые можно подставить.
- Функцию задают тремя способами: **формулой, таблицей, графиком.**



Домашнее задание

1. В функции $y = 5x + 3$ назови аргумент и значение функции.
2. Является ли функцией зависимость «номер месяца \rightarrow число дней в нём» (для невисокосного года)?
3. Является ли функцией зависимость «возраст человека \rightarrow его имя»?
4. Цена билета в кино 250 рублей. Задай формулой стоимость y покупки x билетов.
5. Найди область определения функции из задания 4 (билеты продают только целыми).
6. Функция задана таблицей. Найди значение функции при $x = 2$ и при $x = 4$.

x	1	2	3	4	5
y	0	3	6	9	12

7. Периметр квадрата со стороной x см задаётся формулой $P = 4x$. Найди область определения.
8. Приведи свой пример функциональной зависимости из жизни и объясни, почему это функция.
9. ★ Зависимость задана так: «каждому числу x ставим в соответствие число y , такое что $y^2 = x$ » (то есть y — это число, чей квадрат равен x). Будет ли это функцией? Подсказка: подставь $x = 4$ и подумай, сколько подходящих y .