

Урок 13. Прямая пропорциональность

Алгебра, 7 класс · §6 · ~45 минут


Что ты узнаешь

- Что такое прямая пропорциональность $y = kx$
- Почему её график — всегда прямая, проходящая через начало координат
- Что означает коэффициент k и как он влияет на наклон
- Как располагается график при $k > 0$ и при $k < 0$

Разбираемся в теме

Ты идёшь пешком с постоянной скоростью 5 км/ч. За 1 час пройдёшь 5 км, за 2 часа — 10 км, за 3 часа — 15 км. Заметил закономерность? Время выросло в 2 раза — и расстояние выросло в 2 раза. Это и есть **прямая пропорциональность**: одна величина растёт во столько же раз, во сколько растёт другая.


Формула пути: $y = 5x$, где x — время, y — расстояние. Число 5 здесь — скорость.


 **Правило:** Прямой пропорциональностью называют функцию вида $y = kx$, где k — некоторое число, не равное нулю ($k \neq 0$). Число k называют **коэффициентом пропорциональности**.


Почему график проходит через начало координат

Подставим $x = 0$ в формулу $y = kx$: $y = k \cdot 0 = 0$.

Что бы ни было вместо k , при $x = 0$ всегда $y = 0$. Значит, точка $(0; 0)$ — начало координат — **всегда** лежит на графике.

 **Правило:** График прямой пропорциональности $y = kx$ — это **прямая линия, проходящая через начало координат**.

 **Лайфхак:** Чтобы построить такой график, достаточно **двух точек**, и одна из них уже бесплатно дана — это $(0; 0)$! Нужно найти всего одну дополнительную точку, поставить её и провести прямую через неё и начало координат.

 **Попробуй сам:** Для функции $y = 3x$ найди точку при $x = 1$. Куда проведёшь прямую?

Что делает коэффициент k

Коэффициент k управляет **наклоном** прямой — насколько круто она идёт.

- Чем **больше** $|k|$ (модуль k), тем **круче** (ближе к вертикали) поднимается или опускается прямая.
- Чем **меньше** $|k|$, тем более **пологой** будет прямая.

Сравни $y = x$ (при $x = 1$ будет $y = 1$) и $y = 3x$ (при $x = 1$ будет $y = 3$). Вторая прямая взлетает в три раза круче.

Знак k : вверх или вниз

Вот ключевое различие.

Правило:

- Если $k > 0$, прямая идёт из левого нижнего угла в правый верхний (с ростом x растёт и y). Она проходит через I и III четверти.
- Если $k < 0$, прямая идёт из левого верхнего угла в правый нижний (с ростом x значение y убывает). Она проходит через II и IV четверти.

Посмотри, как это выглядит, на одном чертеже: синяя — $y = 2x$ ($k > 0$), оранжевая — $y = -2x$ ($k < 0$).

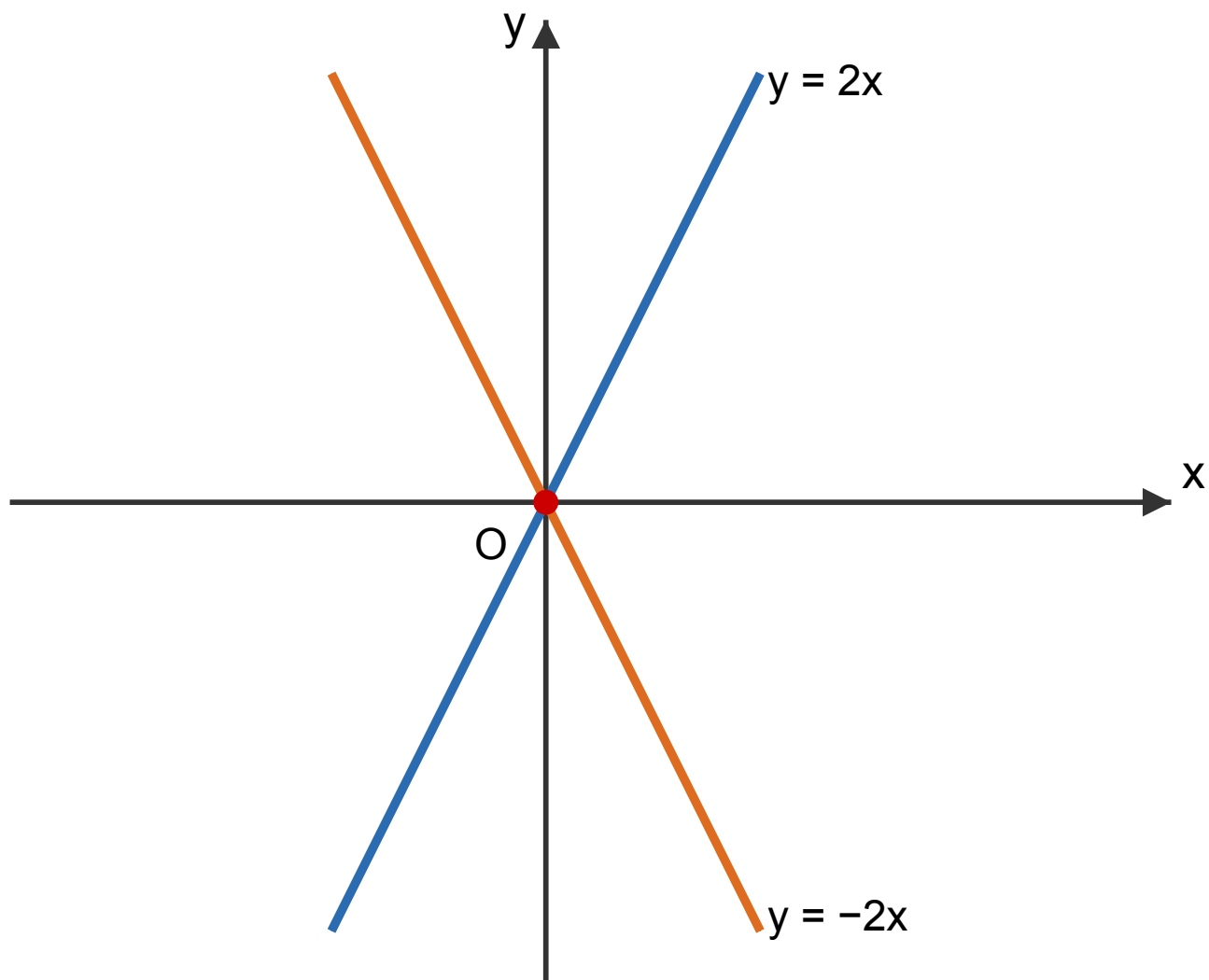


Рис. 1. Прямые $y = 2x$ ($k > 0$, синяя) и $y = -2x$ ($k < 0$, оранжевая)

Обе прямые проходят через начало координат — но «разъезжаются» в разные стороны из-за знака k .

⚠ **Частая ошибка:** Думать, что при $k < 0$ график «ниже оси x ». Нет! При $k < 0$ он проходит и выше, и ниже оси — просто идёт сверху вниз (убывает). Знак k определяет **направление**, а не «этаж».

🤔 **А знаешь ли ты?** Прямая пропорциональность повсюду в физике: путь при равномерном движении ($s = vt$), масса при постоянной плотности ($m =$

ρV), сила тока по закону Ома при постоянном сопротивлении... В каждом случае коэффициент k имеет свой физический смысл.

Разбор примеров

Пример 1. Является ли функция $y = 7x$ прямой пропорциональностью? А $y = 7x + 2$?

Решение. Прямая пропорциональность — это $y = kx$ (без слагаемого без x). У $y = 7x$ вид правильный, $k = 7$. А у $y = 7x + 2$ есть лишняя «+2» — это уже не прямая пропорциональность.

Ответ: $y = 7x$ — да ($k = 7$); $y = 7x + 2$ — нет.

Пример 2. Построй график функции $y = 2x$.

Решение. Одна точка дана: $(0; 0)$. Найдём вторую при $x = 1$: $y = 2 \cdot 1 = 2$, то есть точка $(1; 2)$. Проводим прямую через $(0; 0)$ и $(1; 2)$.

Ответ: прямая через начало координат и точку $(1; 2)$ (см. синюю прямую на рис. 1).

Пример 3. В функции $y = -3x$ найди значение y при $x = 2$ и определи, через какие четверти идёт график.

Решение. $y = -3 \cdot 2 = -6$. Коэффициент $k = -3 < 0$, значит, график идёт сверху вниз — через II и IV четверти.

Ответ: $y = -6$; график проходит через II и IV четверти.

Пример 4. Принадлежит ли точка $A(4; 12)$ графику функции $y = 3x$?

Решение. Подставим $x = 4$: $y = 3 \cdot 4 = 12$. Получили ровно 12 — совпадает с координатой y точки A .

Ответ: да, принадлежит.

Пример 5. График прямой пропорциональности проходит через точку (2; 10).
Найди коэффициент k и запиши формулу.

Решение. Подставим точку в $y = kx$: $10 = k \cdot 2$. Отсюда $k = 10 \div 2 = 5$. Формула: $y = 5x$.

Ответ: $k = 5$, функция $y = 5x$.

Пример 6. У какой из функций график круче: $y = 4x$ или $y = (1/2)x$?

Решение. Сравним модули коэффициентов: $|4| = 4$ и $|1/2| = 0,5$. Больше модуль — круче прямая. $4 > 0,5$.

Ответ: круче график у $y = 4x$.



Запомни главное

- **Прямая пропорциональность** — это $y = kx$, где $k \neq 0$.
- Её график — **прямая через начало координат** (0; 0).
- Для построения хватает **двух точек**, одна из которых — (0; 0).
- **$k > 0$:** прямая возрастает (I и III четверти). **$k < 0$:** прямая убывает (II и IV четверти).
- Чем больше **$|k|$** , тем **круче** прямая.



Домашнее задание

1. Какие из функций являются прямой пропорциональностью: $y = 5x$; $y = x - 1$; $y = -8x$; $y = x^2$?
2. Построй график функции $y = x$.
3. Построй график функции $y = -2x$.
4. В функции $y = 6x$ найди y при $x = 3$ и при $x = -2$.
5. Через какие четверти проходит график функции $y = -5x$?

6. Принадлежит ли точка $B(3; 15)$ графику функции $y = 5x$?
7. График прямой пропорциональности проходит через точку $(4; 8)$. Найди k и запиши формулу.
8. У какой функции график круче: $y = (1/3)x$ или $y = 2x$?
9. ★ График прямой пропорциональности проходит через точку $(-3; 9)$. Найди k , запиши формулу и определи, через какие четверти идёт график.