

Урок 14. Линейная функция

Алгебра, 7 класс · §6 · ~45 минут

Что ты узнаешь


- Что такое линейная функция $y = kx + b$
- За что отвечает k (наклон) и за что отвечает b (сдвиг по оси y)
- Почему прямую можно построить всего по двум точкам
- Как быстро построить график линейной функции

Разбираемся в теме

Представь, что ты заказываешь такси. Сел в машину — на счётчике сразу 100 рублей (посадка). Дальше за каждый километр капает по 30 рублей. Сколько заплатишь за поездку в x км?

$$y = 30x + 100.$$

Тут два числа с разной работой. **30** — «скорость роста» цены (за каждый км). **100** — стартовая сумма, которая есть с самого начала, даже если ты проехал 0 км. Это и есть линейная функция.

 **Правило:** Линейной функцией называют функцию вида $y = kx + b$, где k и b — числа. Её график — **прямая линия**.

Знакомая прямая пропорциональность $y = kx$ — это просто частный случай, когда $b = 0$.

За что отвечает k — наклон

Число k называют **угловым коэффициентом**. Оно отвечает за наклон прямой — точно так же, как в прошлом уроке:


- $k > 0$ — прямая возрастает (идёт вверх слева направо);

- $k < 0$ — прямая убывает (идёт вниз);
- чем больше $|k|$, тем круче.

За что отвечает b — сдвиг

Число b показывает, на какой высоте прямая пересекает ось y . Ведь при $x = 0$: $y = k \cdot 0 + b = b$.

Значит, точка $(0; b)$ всегда лежит на графике. Меняя b , мы как бы поднимаем или опускаем всю прямую вверх-вниз, не меняя её наклона.

 **Лайфхак:** b — это «где прямая протыкает ось y ». Хочешь быстро найти эту точку — просто подставь $x = 0$, получишь $(0; b)$.

Посмотри: синяя $y = 2x$ ($b = 0$) и зелёная $y = 2x + 3$ ($b = 3$). Наклон одинаковый, но зелёная поднята на 3 вверх.

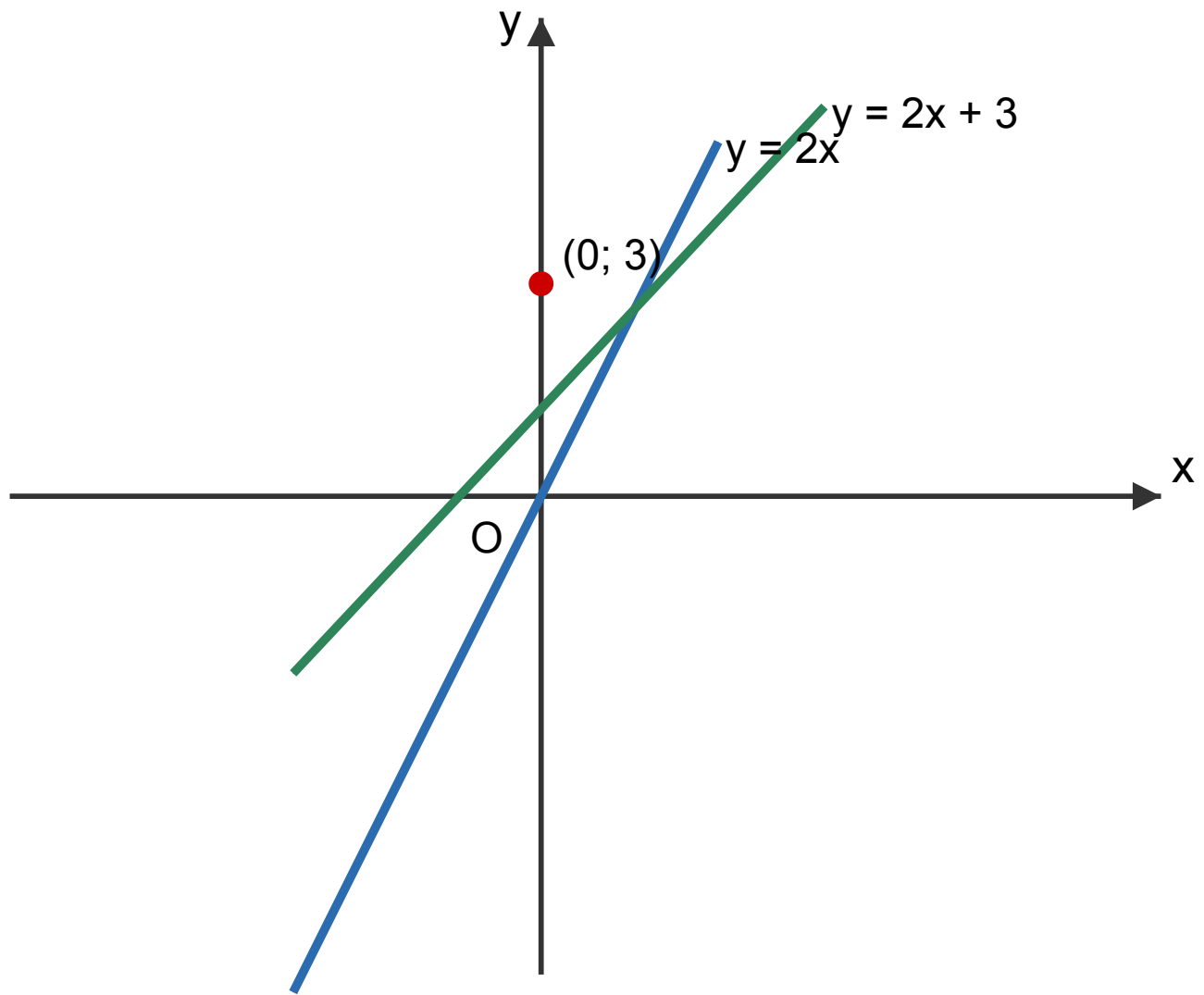


Рис. 1. $y = 2x$ и $y = 2x + 3$: одинаковый наклон, разный сдвиг b


⚠ Частая ошибка: Путать b с наклоном. b не делает прямую круче или положе — он только поднимает/опускает её. За крутизну отвечает только k !


Построение по двум точкам


Через две точки можно провести ровно одну прямую (вспомни: чтобы натянуть нитку, нужны два гвоздика). Значит, для графика линейной функции достаточно **двух точек**.

Алгоритм:

1. Выбери два удобных значения x (часто берут $x = 0$ и ещё одно).
2. Посчитай для каждого y .
3. Поставь две точки и проведи через них прямую.

 **Лайфхак:** Бери $x = 0$ (сразу получишь точку $(0; b)$) и такое x , чтобы умножение на k дало целое, красивое число.

 **Попробуй сам:** Для $y = x + 2$ найди точки при $x = 0$ и $x = 2$. Какие пары $(x; y)$ получились?

 **А знаешь ли ты?** Слово «линейный» — от латинского *linea* (линия). Линейными функции называют именно потому, что их графики — прямые линии. А вот $y = x^2$ — уже не линейная: её график изгибается в дугу (парабола).

Разбор примеров

Пример 1. В функции $y = 4x - 5$ назови k и b .

Решение. Сравниваем с $y = kx + b$. Множитель при x — это $k = 4$. Свободное число — это $b = -5$ (минус входит в b).

Ответ: $k = 4$, $b = -5$.

Пример 2. Построй график функции $y = x + 1$ по двум точкам.

Решение. Возьмём $x = 0$: $y = 0 + 1 = 1 \rightarrow$ точка $(0; 1)$. Возьмём $x = 2$: $y = 2 + 1 = 3 \rightarrow$ точка $(2; 3)$. Проводим прямую через них.

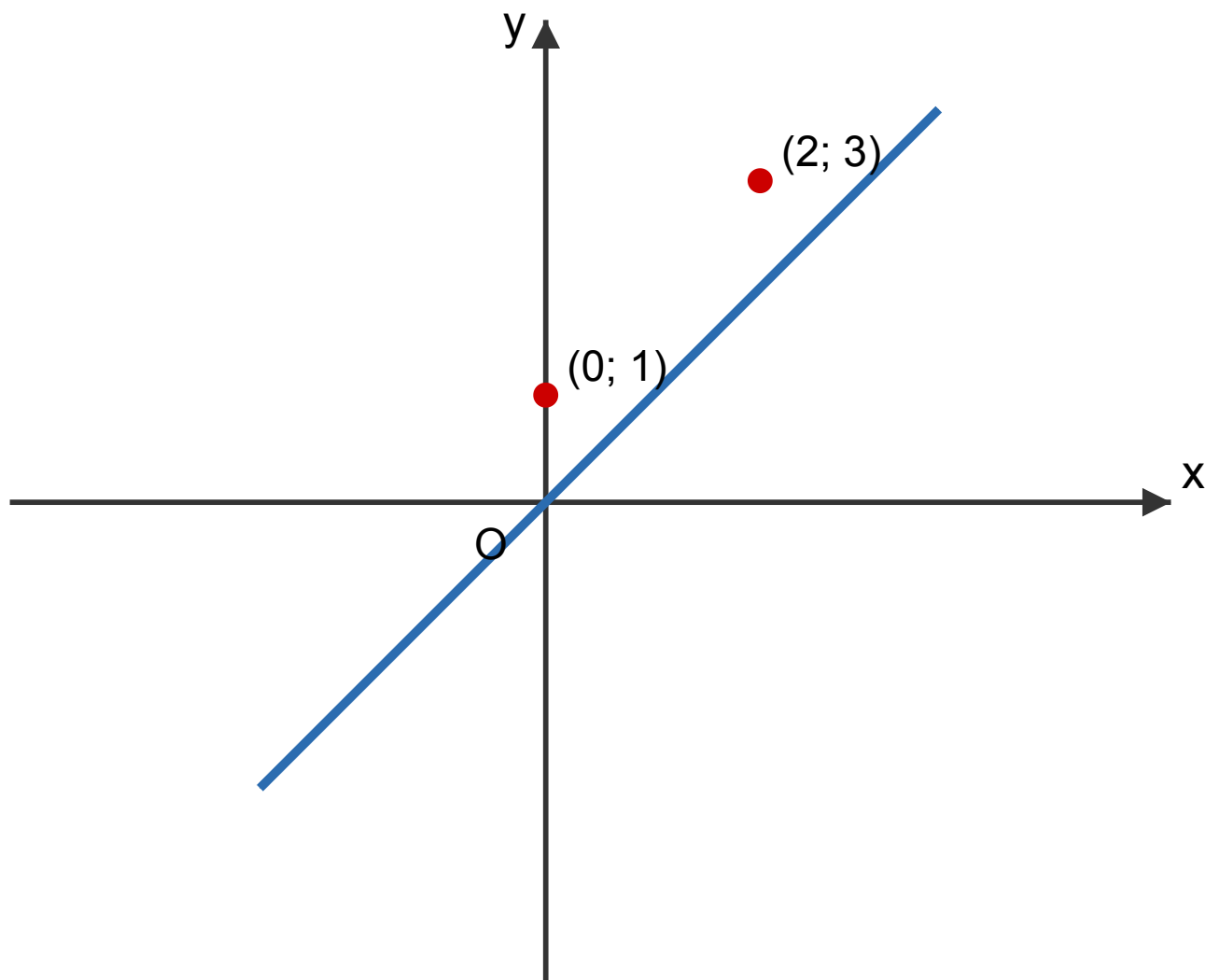


Рис. 2. График функции $y = x + 1$

Ответ: прямая через $(0; 1)$ и $(2; 3)$.

Пример 3. В какой точке график функции $y = 3x - 6$ пересекает ось y ?

Решение. Ось y — это там, где $x = 0$. Подставим: $y = 3 \cdot 0 - 6 = -6$.

Ответ: в точке $(0; -6)$.

Пример 4. В какой точке график функции $y = 2x - 8$ пересекает ось x ?

Решение. Ось x — это там, где $y = 0$. Получаем уравнение: $2x - 8 = 0 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$.

Ответ: в точке $(4; 0)$.

Пример 5. Принадлежит ли точка $M(2; 1)$ графику функции $y = 3x - 5$?

Решение. Подставим $x = 2$: $y = 3 \cdot 2 - 5 = 6 - 5 = 1$. Совпадает с $y = 1$ у точки M .

Ответ: да, принадлежит.

Пример 6. График линейной функции пересекает ось y в точке $(0; 4)$, а его угловой коэффициент равен -2 . Запиши формулу.

Решение. Точка пересечения с осью y даёт $b = 4$. Угловой коэффициент — это $k = -2$. Подставляем в $y = kx + b$: $y = -2x + 4$.

Ответ: $y = -2x + 4$.



Запомни главное

- **Линейная функция:** $y = kx + b$, её график — прямая.
- **k** (угловой коэффициент) — наклон: $k > 0$ возрастает, $k < 0$ убывает, больше $|k|$ — круче.
- **b** — высота пересечения с осью y : точка $(0; b)$.
- Для построения нужны **две точки**; удобно брать $x = 0$.
- **С осью y** прямая пересекается при $x = 0$; **с осью x** — при $y = 0$ (реши уравнение).



Домашнее задание

1. В функции $y = 6x + 2$ назови k и b .
2. В функции $y = -x - 7$ назови k и b .

3. Построй график функции $y = x - 3$ по двум точкам.
4. Построй график функции $y = -2x + 1$ по двум точкам.
5. В какой точке график функции $y = 5x - 10$ пересекает ось y ?
6. В какой точке график функции $y = 3x - 12$ пересекает ось x ?
7. Принадлежит ли точка $K(1; 4)$ графику функции $y = 2x + 2$?
8. График линейной функции пересекает ось y в точке $(0; -3)$, а угловой коэффициент равен 5. Запиши формулу.
9. ★ Найди обе точки пересечения с осями для функции $y = -2x + 6$ (с осью y и с осью x) и опиши, где примерно идёт прямая.