

# Урок 15. Взаимное расположение графиков

Алгебра, 7 класс · §6 · ~45 минут

## Что ты узнаешь


- Когда графики двух линейных функций параллельны
- Когда они пересекаются и как найти точку пересечения
- Когда два графика совпадают (превращаются в одну прямую)
- Как всё это определить по формулам, не рисуя

## Разбираемся в теме


Представь два поезда, едущие по рельсам. Если рельсы параллельны — поезда никогда не встретятся, как бы долго ни ехали. Если рельсы пересекаются — поезда столкнутся в одной точке. А если это вообще одна и та же колея — поезда едут друг за другом по одному пути.

С графиками линейных функций ровно три такие же ситуации. И определяет их всё те же знакомые числа: **k** (наклон) и **b** (сдвиг).

Запомни главную идею:

 **Правило:** За «направление» прямой отвечает  $k$ . Если у двух прямых **наклоны разные** — рано или поздно они пересекутся. Если **наклоны одинаковые** — они параллельны (или вообще совпадают).

### Случай 1. Прямые параллельны

 **Правило:** Графики функций  $y = k_1x + b_1$  и  $y = k_2x + b_2$  **параллельны**, если их угловые коэффициенты равны ( $k_1 = k_2$ ), но свободные члены различны ( $b_1$

$\neq b_2$ ).

Логично: одинаковый наклон  $\rightarrow$  прямые «смотрят» в одну сторону. Разный  $b \rightarrow$  они на разной высоте и потому никогда не встретятся.

Пример:  $y = 2x + 1$  и  $y = 2x - 3$ . У обеих  $k = 2$ , но  $b$  разные (1 и  $-3$ ).

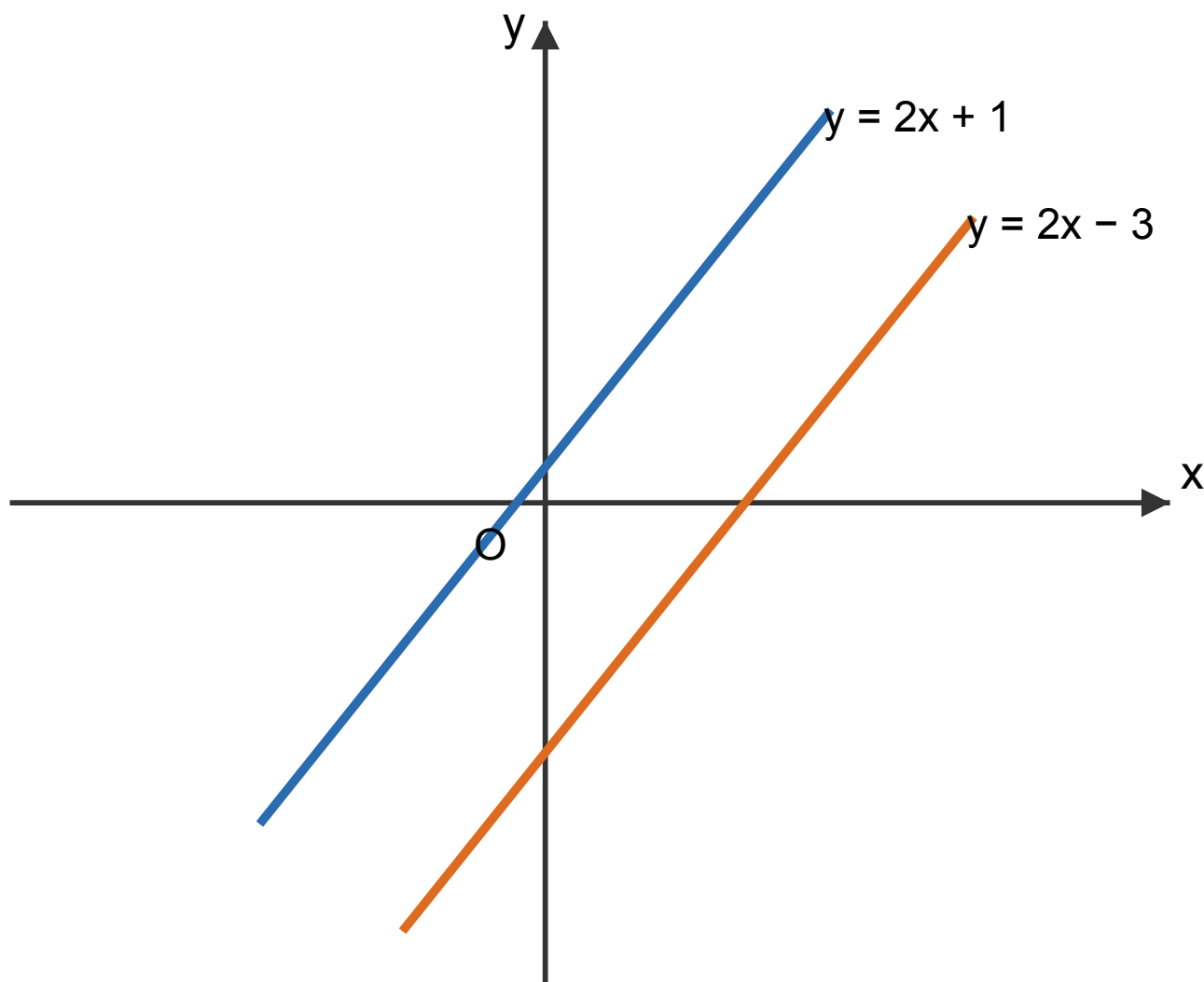



Рис. 1. Параллельные прямые:  $k$  одинаковые,  $b$  разные

## Случай 2. Прямые пересекаются

 **Правило:** Графики пересекаются (в одной точке), если их угловые коэффициенты различны ( $k_1 \neq k_2$ ). Значение  $b$  при этом не важно.

Разный наклон  $\rightarrow$  прямые идут под разными углами  $\rightarrow$  обязательно встретятся в одной точке.

Пример:  $y = 2x - 1$  и  $y = -x + 5$ . Наклоны 2 и  $-1$  разные.

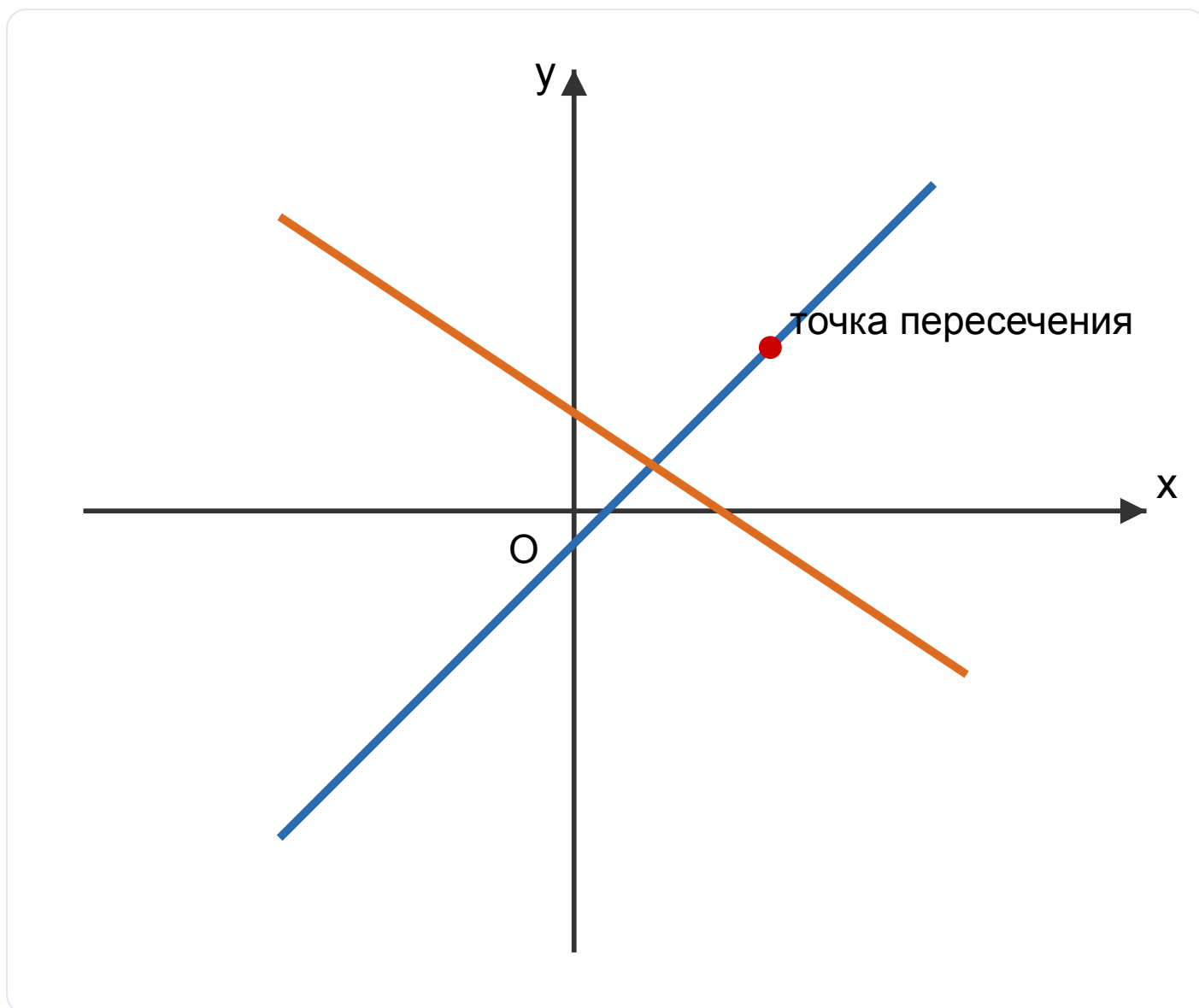



Рис. 2. Пересекающиеся прямые:  $k$  разные


**Как найти точку пересечения?** В точке встречи  $y$  обеих функций одинаковый  $y$  при одном и том же  $x$ . Значит, приравниваем правые части:

$$2x - 1 = -x + 5 \quad 2x + x = 5 + 1 \quad 3x = 6 \quad x = 2.$$


Теперь находим  $y$ , подставив  $x = 2$  в любую формулу:  $y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ . Точка пересечения —  $(2; 3)$ .


 **Лайфхак:** Чтобы найти точку пересечения, приравняй два выражения для  $y$ , реши уравнение и найдёшь  $x$ . Потом подставь  $x$  обратно — получишь  $y$ .


### Случай 3. Прямые совпадают

 **Правило:** Графики совпадают (это одна и та же прямая), если  $y$  функций равны и угловые коэффициенты, и свободные члены:  $k_1 = k_2$  и  $b_1 = b_2$ .

Тут всё просто: если обе формулы одинаковые, то и прямая одна. Например,  $y = 3x + 2$  и  $y = 3x + 2$  — это, очевидно, одна линия.

 **Частая ошибка:** Решить, что раз формулы записаны по-разному, то прямые разные. Сравни сначала:  $y = 2x + 4$  и  $y = 2(x + 2)$ . Раскрой скобки во второй:  $2x + 4$ . Это одна и та же функция — графики совпадают!

 **А знаешь ли ты?** Поиск точки пересечения двух прямых — это и есть решение системы из двух линейных уравнений. В 9 классе ты будешь решать такие системы целыми методами, а сейчас уже знаешь геометрический смысл: точка пересечения графиков — это общее решение.

 **Попробуй сам:** Как расположены графики  $y = 5x + 1$  и  $y = 5x + 7$ ? А графики  $y = 5x + 1$  и  $y = 3x + 1$ ?

### Разбор примеров

**Пример 1.** Как расположены графики  $y = 4x + 2$  и  $y = 4x - 5$ ?

*Решение.* Сравниваем  $k$ :  $4 = 4$  (равны). Сравниваем  $b$ :  $2 \neq -5$  (разные). Равные  $k$  и разные  $b$  — прямые параллельны.

**Ответ:** параллельны.

---

**Пример 2.** Как расположены графики  $y = 3x + 1$  и  $y = -2x + 1$ ?

*Решение.* Угловые коэффициенты 3 и  $-2$  различны. Значит, прямые пересекаются. (То, что  $b$  у обеих равно 1, лишь подсказывает, что пересекаются они на оси  $y$ , в точке  $(0; 1)$ .)

**Ответ:** пересекаются.

---

**Пример 3.** Как расположены графики  $y = 6x - 4$  и  $y = 2(3x - 2)$ ?

*Решение.* Раскроем скобки во второй:  $2 \cdot 3x - 2 \cdot 2 = 6x - 4$ . Это та же функция, что и первая. Значит, графики совпадают.

**Ответ:** совпадают (это одна прямая).

---

**Пример 4.** Найди точку пересечения графиков  $y = x + 4$  и  $y = -x + 8$ .

*Решение.* Приравниваем:  $x + 4 = -x + 8$   $x + x = 8 - 4$   $2x = 4$   $x = 2$ . Подставим  $x = 2$  в первую формулу:  $y = 2 + 4 = 6$ .

**Ответ:** точка пересечения  $(2; 6)$ .

---

**Пример 5.** При каком значении  $k$  график функции  $y = kx + 3$  будет параллелен графику  $y = 7x - 1$ ?

*Решение.* Для параллельности нужны равные угловые коэффициенты. У второй функции  $k = 7$ , значит, и у первой должно быть  $k = 7$ . Свободные члены (3 и  $-1$ ) уже разные, так что прямые именно параллельны, а не совпадают.

**Ответ:**  $k = 7$ .

---

**Пример 6.** Пересекаются ли графики  $y = 5x - 2$  и  $y = 5x + 6$ ? Если нет — как они расположены?

*Решение.* Угловые коэффициенты равны ( $5 = 5$ ), поэтому пересечься они не могут. Свободные члены разные ( $-2 \neq 6$ ) — значит, прямые параллельны.

**Ответ:** не пересекаются; они параллельны.



## Запомни главное

Сравниваем  $k$  и  $b$  двух функций:

Условие	Расположение
$k_1 = k_2, b_1 \neq b_2$	параллельны
$k_1 \neq k_2$	пересекаются (в одной точке)
$k_1 = k_2, b_1 = b_2$	совпадают

- **Главный признак:** разные  $k \rightarrow$  пересекаются; одинаковые  $k \rightarrow$  параллельны или совпадают.
- **Точка пересечения:** приравняй правые части, найди  $x$ , потом подставь и найди  $y$ .
- Перед сравнением **упрости** формулы (раскрой скобки)!



## Домашнее задание

1. Как расположены графики  $y = 3x + 7$  и  $y = 3x - 2$ ?
2. Как расположены графики  $y = 2x + 5$  и  $y = -4x + 5$ ?
3. Как расположены графики  $y = 5x + 1$  и  $y = 5x + 1$ ?
4. Как расположены графики  $y = 8x - 3$  и  $y = 4(2x - 1)$ ? (Сначала упрости вторую.)
5. Найди точку пересечения графиков  $y = x + 2$  и  $y = -x + 6$ .
6. Найди точку пересечения графиков  $y = 2x - 1$  и  $y = x + 3$ .
7. При каком  $k$  график  $y = kx - 4$  параллелен графику  $y = 6x + 1$ ?
8. Пересекаются ли графики  $y = 3x + 4$  и  $y = 3x - 4$ ? Как они расположены?
9. ★ При каких значениях  $k$  и  $b$  график функции  $y = kx + b$  совпадает с графиком  $y = 2x - 5$ ? А при каких  $k$  и  $b$  он будет параллелен этому графику?