

# Урок 16. Определение степени

Алгебра, 7 класс · §7 · ~45 минут

## Что ты узнаешь

- Что такое степень и как читать запись  $a^n$ .
- Где тут основание, а где показатель — и почему их легко перепутать.
- Как быстро вычислять степени и почему  $2^1 = 2$ .
- Главный фокус: когда степень отрицательного числа выходит со знаком «плюс», а когда с «минусом».


## Разбираемся в теме

Представь, что ты складываешь лист бумаги пополам. Один раз — два слоя. Два раза — четыре. Три раза — восемь. А если бы можно было сложить лист 42 раза (нельзя, но представь), его толщина дотянулась бы до Луны! Каждое сложение **удваивает** число слоёв:  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots$ . Записывать столько двоек — кошмар. Поэтому математики придумали короткую запись.


Когда одно и то же число умножается само на себя несколько раз, это называют **степенью**.


$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

Читается: «два в пятой степени». Маленькое число сверху говорит, **сколько раз** двойка умножается сама на себя.

 **Правило:** Степенью числа  $a$  с натуральным показателем  $n$  (где  $n > 1$ ) называют произведение  $n$  множителей, каждый из которых равен  $a$ :  $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  (всего  $n$  множителей). Здесь  **$a$  — основание** степени,  **$n$  — показатель** степени.

Основание — это то число, которое умножаем. Показатель — сколько раз. В записи  $7^3$  основание = 7, показатель = 3, и  $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$ .


 **Лайфхак:** Показатель — это «этаж» (он наверху), а основание — «фундамент» (внизу).  $5^2$  — это «фундамент 5, второй этаж».


 Попробуй сам: назови основание и показатель в записи  $10^4$ . И посчитай, чему она равна.

Готов? Основание 10, показатель 4, а  $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$ . Кстати, степени десятки — это просто единица с нулями: число нулей равно показателю.

### А что со степенью 1?

Мы сказали «n множителей». А если множитель всего один? Тогда и умножать не на что — степень просто равна самому числу.

 **Правило:** Степень с показателем 1 равна самому основанию:  $a^1 = a$ . Например,  $9^1 = 9$  и  $100^1 = 100$ .

 **А знаешь ли ты?** Вторую степень называют **квадратом** ( $5^2$  — «пять в квадрате»), а третью — **кубом** ( $5^3$  — «пять в кубе»). Эти слова пришли из геометрии: площадь квадрата со стороной 5 равна  $5^2$ , а объём куба с ребром 5 равен  $5^3$ .

### Знак степени отрицательного числа

Вот где начинается самое интересное. Что будет, если возводить в степень **отрицательное** число?


Вспомни правило знаков: минус на минус даёт плюс. Посчитаем:

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4 \text{ — два минуса дали плюс.}$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 4 \cdot (-2) = -8 \text{ — три минуса, остался минус.}$$


$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16 \text{ — четыре минуса, снова плюс.}$$

Замечаешь закономерность? Всё зависит от того, **чётный** показатель или **нечётный**.

 **Правило (знак степени):**

- Если основание **отрицательное**, а показатель **чётный** → результат **положительный**.
- Если основание **отрицательное**, а показатель **нечётный** → результат **отрицательный**.
- Степень любого **положительного** числа всегда положительна.

Это легко понять: каждая пара минусов «гасит» друг друга в плюс. При чётном показателе минусы разбиваются на пары без остатка. При нечётном — один минус остаётся «лишним».

 **Частая ошибка:** Различай  $-2^4$  и  $(-2)^4$ ! В записи  $(-2)^4$  в степень возводят всё число  $-2$ , ответ  $+16$ . А в записи  $-2^4$  степень относится только к двойке, а минус стоит «снаружи»:  $-2^4 = -(2^4) = -16$ . Скобки решают всё!

🕒 Попробуй сам: каким будет знак у  $(-3)^7$ ? А у  $(-5)^{10}$ ?

Готов?  $(-3)^7$  — показатель 7 нечётный, значит ответ отрицательный.  $(-5)^{10}$  — показатель 10 чётный, ответ положительный.

 **Разбор примеров**

**Пример 1.** Запиши произведение  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  в виде степени и вычисли.

*Решение.* Множитель 3 повторяется 4 раза, значит это  $3^4$ . Считаем:  $3 \cdot 3 = 9$ ,  $9 \cdot 3 = 27$ ,  $27 \cdot 3 = 81$ .

**Ответ:**  $3^4 = 81$ .

**Пример 2.** Назови основание и показатель степени  $6^5$  и вычисли её.

*Решение.* Основание 6, показатель 5.  $6 \cdot 6 = 36$ ,  $36 \cdot 6 = 216$ ,  $216 \cdot 6 = 1296$ ,  $1296 \cdot 6 = 7776$ .

**Ответ:** основание 6, показатель 5;  $6^5 = 7776$ .

**Пример 3.** Вычисли  $(-4)^3$ .

*Решение.* Основание отрицательное, показатель 3 — нечётный, значит результат будет отрицательным. По модулю:  $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ . Ставим минус.

**Ответ:**  $-64$ .

**Пример 4.** Вычисли  $(-4)^2$ .

*Решение.* Показатель 2 — чётный, результат положительный.  $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ .

**Ответ:** 16.

**Пример 5.** Сравни значения выражений  $-5^2$  и  $(-5)^2$ .

*Решение.* В  $-5^2$  степень относится только к 5:  $-5^2 = -(5^2) = -25$ . В  $(-5)^2$  возводим в квадрат всё число:  $(-5)^2 = 25$ .

**Ответ:**  $-5^2 = -25$ , а  $(-5)^2 = 25$ ; они не равны.

**Пример 6.** Вычисли значение выражения  $2 \cdot 3^2 - (-1)^5$ .

*Решение.* Сначала степени:  $3^2 = 9$ , а  $(-1)^5 = -1$  (показатель нечётный).

Подставляем:  $2 \cdot 9 - (-1) = 18 + 1 = 19$ .

**Ответ:** 19.



### Запомни главное

- $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  ( $n$  множителей);  $a$  — основание,  $n$  — показатель.
- $a^1 = a$  — степень с показателем 1 равна самому числу.
- Отрицательное основание: **чётный показатель** → **плюс**, **нечётный** → **минус**.
- $(-a)^n$  и  $-a^n$  — разные вещи! Скобки определяют, что именно возводится в степень.



## Домашнее задание

1. Запиши в виде степени:  $7 \cdot 7 \cdot 7$ .
2. Назови основание и показатель степени  $12^6$ .
3. Вычисли:  $2^6$ .
4. Вычисли:  $10^3$ .
5. Вычисли:  $(-3)^4$ .
6. Вычисли:  $(-2)^5$ .
7. Сравни:  $-4^2$  и  $(-4)^2$ .
8. Найди значение выражения:  $3^3 - 2^4$ .
9. ★ Найди значение выражения:  $5 \cdot (-2)^3 + (-1)^8 \cdot 4^2$ .