

Урок 23. Умножение одночлена на многочлен

Алгебра, 7 класс · §10 · ~45 минут

Что ты узнаешь


- Как умножить одночлен на многочлен с помощью распределительного закона.
- Как при этом не потерять знаки и степени.
- Как решать уравнения, в которых встречается такое умножение.

Разбираемся в теме

Ты уже сто раз так считал, просто не замечал. Сколько будет $3 \cdot 21$? Можно в столбик, а можно хитрее: $3 \cdot 21 = 3 \cdot (20 + 1) = 3 \cdot 20 + 3 \cdot 1 = 60 + 3 = 63$. Мы «раздали» тройку каждому слагаемому. Это и есть **распределительный закон умножения**.


С буквами всё точно так же:

$$a(b + c) = ab + ac$$


 **Правило:** Чтобы умножить одночлен на многочлен, нужно умножить этот одночлен на **КАЖДЫЙ** член многочлена и сложить полученные произведения.

Например:

$$2x(3x + 5) = 2x \cdot 3x + 2x \cdot 5 = 6x^2 + 10x$$

 **Лайфхак:** Представь, что одночлен перед скобкой — это почтальон, а члены внутри — дома. Почтальон должен зайти в **КАЖДЫЙ** дом, никого не

пропустить. Если в скобке три члена — будет три произведения.

$$2x \cdot (3x + 5)$$

$$= 6x^2 + 10x$$

$2x \cdot 3x$ $2x \cdot 5$

Рис. 1. Одночлен умножается на каждый член скобки

⚠ Частая ошибка: Не забывай умножать на ВСЕ члены. $2x(3x + 5)$ — это не $6x^2 + 5$ (умножили только на первое). Пятёрку тоже надо умножить на $2x$!

Не забывай и про знаки. Если перед членом скобки стоит минус — он участвует в умножении:

$$-3a(a - 4) = -3a \cdot a - 3a \cdot (-4) = -3a^2 + 12a$$

Здесь $-3a \cdot (-4) = +12a$, потому что минус на минус даёт плюс.

⚠ Частая ошибка: Когда множитель отрицательный, легко напутать со знаком второго произведения. Минус на минус — плюс! $-2(x - 3) = -2x + 6$, а не $-2x - 6$.


🕒 Попробуй сам: раскрой скобки в $4y(y - 2)$. Что получится?

Готов? $4y \cdot y - 4y \cdot 2 = 4y^2 - 8y$.

Решаем уравнения

Часто в уравнении сначала прячется такое умножение. Сначала раскрываем скобки, потом всё стандартно: неизвестные — в одну сторону, числа — в другую.

$$3(x + 2) = 15 \quad 3x + 6 = 15 \quad 3x = 15 - 6 \quad 3x = 9 \quad x = 3$$

 **Лайфхак:** После раскрытия скобок проверь себя — подставь найденный корень в исходное уравнение. $3(3 + 2) = 3 \cdot 5 = 15$. Верно!

Разбор примеров

Пример 1. Выполни умножение: $5(2a + 3)$.

Решение. Умножаем 5 на каждый член: $5 \cdot 2a + 5 \cdot 3 = 10a + 15$.

Ответ: $10a + 15$.

Пример 2. Выполни умножение: $3x(x - 4)$.

Решение. $3x \cdot x - 3x \cdot 4 = 3x^2 - 12x$.

Ответ: $3x^2 - 12x$.

Пример 3. Выполни умножение: $-2a(3a^2 - a + 5)$.

Решение. Умножаем $-2a$ на каждый из трёх членов: $-2a \cdot 3a^2 = -6a^3$; $-2a \cdot (-a) = +2a^2$ (минус на минус — плюс); $-2a \cdot 5 = -10a$. Собираем: $-6a^3 + 2a^2 - 10a$.

Ответ: $-6a^3 + 2a^2 - 10a$.

Пример 4. Упрости: $2x(x + 3) - x(2x - 1)$.

Решение. Раскрываем обе скобки. Первая: $2x \cdot x + 2x \cdot 3 = 2x^2 + 6x$. Вторая: $x \cdot 2x - x \cdot 1 = 2x^2 - x$, но перед ней минус, поэтому вычитаем: $-(2x^2 - x) = -2x^2 + x$. Складываем всё: $2x^2 + 6x - 2x^2 + x = (2x^2 - 2x^2) + (6x + x) = 7x$.

Ответ: $7x$.

Пример 5. Реши уравнение: $4(x - 1) = 2x + 6$.

Решение. Раскрываем скобку: $4x - 4 = 2x + 6$. Переносим: $4x - 2x = 6 + 4$, то есть $2x = 10$. Делим: $x = 5$. Проверка: $4(5 - 1) = 16$ и $2 \cdot 5 + 6 = 16$. Сходится.

Ответ: $x = 5$.

Пример 6. Реши уравнение: $3(2x - 1) - 2(x + 4) = 1$.

Решение. Раскрываем скобки: $3 \cdot 2x - 3 \cdot 1 = 6x - 3$; затем $-2(x + 4) = -2x - 8$.
Получаем $6x - 3 - 2x - 8 = 1$. Приводим подобные слева: $4x - 11 = 1$. Переносим:
 $4x = 1 + 11 = 12$, значит $x = 3$. Проверка: $3(6 - 1) - 2(3 + 4) = 15 - 14 = 1$. Верно.

Ответ: $x = 3$.



Запомни главное

- **Распределительный закон:** одночлен умножается на **КАЖДЫЙ** член многочлена.
- Следи за знаками: **минус на минус даёт плюс.**
- В уравнениях сначала раскрой скобки, потом собирай неизвестные слева, числа справа.



Домашнее задание

1. Выполни умножение: $4(3a + 2)$.
2. Выполни умножение: $2x(x + 5)$.
3. Выполни умножение: $-3(a - 6)$.
4. Выполни умножение: $-2y(4y^2 - 3y + 1)$.
5. Упрости: $5(a + 2) + 3(a - 1)$.
6. Упрости: $3x(x - 2) - x(x + 4)$.
7. Реши уравнение: $2(x + 3) = 14$.
8. Реши уравнение: $5(x - 2) = 3x + 4$.
9. ★ Реши уравнение: $4(2x - 1) - 3(x - 5) = 21$.