

Урок 24. Вынесение общего множителя за скобки

Алгебра, 7 класс · §10 · ~45 минут

Что ты узнаешь


- Что значит «разложить многочлен на множители».
- Как найти общий множитель: НОД коэффициентов и наименьшие степени букв.
- Как проверить себя обратным умножением.

Разбираемся в теме

На прошлом уроке мы раскрывали скобки: $2x(3x + 5) = 6x^2 + 10x$. А теперь сыграем в обратную игру. Нам дают $6x^2 + 10x$ — а мы должны «собрать» скобку обратно:

$$6x^2 + 10x = 2x(3x + 5)$$

Это называется **вынесение общего множителя за скобки**, или **разложение на множители**. Распределительный закон, прочитанный справа налево.

 **Правило:** Если каждый член многочлена имеет общий множитель, его можно вынести за скобки: $ab + ac = a(b + c)$.

Зачем это нужно? Разложенный на множители многочлен легче упростить, сократить дробь, решить уравнение. Это один из самых полезных приёмов во всей алгебре.

Как найти общий множитель


Общий множитель состоит из двух частей: **числовой** и **буквенной**.


Числовая часть — это НОД (наибольший общий делитель) коэффициентов.

Буквенная часть — каждая буква, которая есть во ВСЕХ членах, берётся в **наименьшей** из степеней.

Разберём на $6x^2 + 10x$:

- Коэффициенты 6 и 10. Их НОД равен 2.
- Буква x есть в обоих членах. Степени: x^2 и x^1 . Наименьшая — x^1 .
- Значит, общий множитель: $2x$.

 **Лайфхак:** Запомни: «бери букву в наименьшей степени». Если в одном члене x^3 , а в другом x^2 , выносим x^2 — меньшую. Большей степени может не хватить во втором члене.

 **Частая ошибка:** Брать **НАИБОЛЬШУЮ** степень буквы. Из $6x^2 + 10x$ нельзя вынести x^2 , ведь во втором члене всего одна x . Выносим x — наименьшую степень.

Делим каждый член на общий множитель

Когда множитель найден, делим на него каждый член — это и есть содержимое скобки:

- $6x^2 \div 2x = 3x$
- $10x \div 2x = 5$

Получаем $2x(3x + 5)$.

$$6x^2 + 10x$$

общий множитель: НОД(6,10)=2, буква x


$$= 2x \cdot (3x + 5)$$


Рис. 1. Вынесение общего множителя за скобки

Проверка обратным умножением

Самое приятное: проверить себя проще простого. Раскрой скобку обратно — должен получиться исходный многочлен.

$$2x(3x + 5) = 6x^2 + 10x \checkmark \text{ Совпало!}$$

 **Лайфхак:** Всегда делай эту проверку. Раскрыл скобку — сравнил с условием. Если хоть один член не сошёлся, ищи ошибку.

 **Частая ошибка:** Когда выносишь множитель целиком из члена, в скобке на его месте остаётся **1**, а не пусто! Например, $5a + 5 = 5(a + 1)$. Многие пишут $5(a)$ — и теряют единицу.

 Попробуй сам: вынеси общий множитель из $4a + 8$. Чему он равен?

Готов? НОД(4, 8) = 4, буквы общей нет. $4a \div 4 = a$, $8 \div 4 = 2$. Ответ: $4(a + 2)$.

Разбор примеров

Пример 1. Вынеси общий множитель: $3a + 3b$.

Решение. Коэффициенты 3 и 3, общий множитель 3. Общей буквы нет. $3a \div 3 = a$, $3b \div 3 = b$. Получаем $3(a + b)$.

Ответ: $3(a + b)$.

Пример 2. Вынеси общий множитель: $5x^2 - 15x$.

Решение. НОД(5, 15) = 5. Буква x есть в обоих членах, наименьшая степень x^1 .
Общий множитель $5x$. Делим: $5x^2 \div 5x = x$, $15x \div 5x = 3$. Знак минус сохраняется.

Ответ: $5x(x - 3)$.

Пример 3. Вынеси общий множитель: $12a^3 + 8a^2$.

Решение. НОД(12, 8) = 4. Буква a : степени 3 и 2, наименьшая a^2 . Общий множитель $4a^2$. Делим: $12a^3 \div 4a^2 = 3a$, $8a^2 \div 4a^2 = 2$.

Ответ: $4a^2(3a + 2)$.

Пример 4. Вынеси общий множитель: $7y + 7$.

Решение. НОД(7, 7) = 7, общей буквы нет (во втором члене букв нет). $7y \div 7 = y$, $7 \div 7 = 1$. Не забываем единицу!

Ответ: $7(y + 1)$.

Пример 5. Вынеси общий множитель: $6m^2n - 9mn^2 + 3mn$.

Решение. НОД(6, 9, 3) = 3. Буква m есть везде, наименьшая степень m^1 . Буква n есть везде, наименьшая степень n^1 . Общий множитель $3mn$. Делим: $6m^2n \div 3mn = 2m$; $-9mn^2 \div 3mn = -3n$; $3mn \div 3mn = 1$.

Ответ: $3mn(2m - 3n + 1)$.

Пример 6. Разложи на множители и проверь: $-4x^2 - 12x$.

Решение. НОД(4, 12) = 4, буква x в наименьшей степени x . Удобно вынести $-4x$, чтобы первый член в скобке стал положительным. Делим: $-4x^2 \div (-4x) = x$, $-12x \div (-4x) = 3$. Получаем $-4x(x + 3)$. Проверка: $-4x \cdot x - 4x \cdot 3 = -4x^2 - 12x$. ✓

Ответ: $-4x(x + 3)$.



Запомни главное

- Вынесение множителя — это распределительный закон **наоборот**: $ab + ac = a(b + c)$.
- Общий множитель = **НОД коэффициентов** × **буквы в наименьших степенях**.
- Если член вынесли целиком — в скобке остаётся **1**.
- Всегда **проверяй обратным умножением**.



Домашнее задание

1. Вынеси общий множитель: $4x + 4y$.
2. Вынеси общий множитель: $6a - 9$.
3. Вынеси общий множитель: $8x^2 + 2x$.
4. Вынеси общий множитель: $10a^3 - 15a^2$.
5. Вынеси общий множитель: $3m + 3$.
6. Вынеси общий множитель: $14y^2 - 21y$.
7. Вынеси общий множитель: $5ab + 10a^2b$.
8. Разложи на множители: $12x^2y - 8xy^2 + 4xy$.
9. ★ Вынеси общий множитель и сделай проверку: $-6a^3 - 9a^2 + 3a$.