

Урок 25. Умножение многочлена на многочлен

Алгебра, 7 класс · §11 · ~45 минут

Что ты узнаешь


- Как умножить многочлен на многочлен по правилу «каждый член на каждый».
- Почему это работает (подсказка — площадь прямоугольника).
- Как ничего не пропустить и привести подобные в конце.

Разбираемся в теме

Раньше мы умножали один одночлен на скобку. А что, если скобок две?

$$(a + b)(c + d)$$

Здесь у нас многочлен умножается на многочлен. И правило логично продолжает прошлое: каждый член первой скобки нужно умножить на каждый член второй.

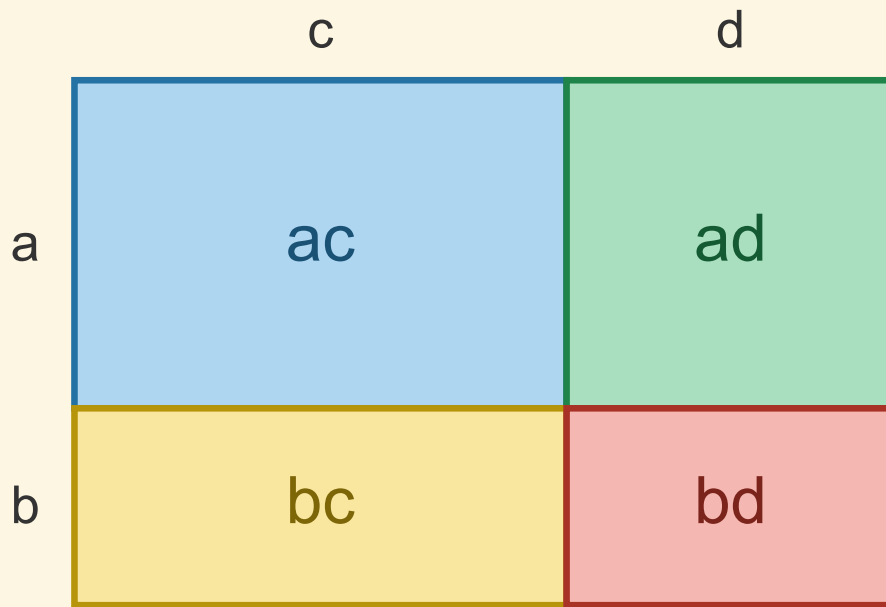
 **Правило:** Чтобы умножить многочлен на многочлен, нужно каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого и сложить полученные произведения. Затем привести подобные члены.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Получилось четыре произведения: 2 члена \times 2 члена = 4.

Почему это правда? Смотри на площадь

Представь прямоугольник со сторонами $(a + b)$ и $(c + d)$. Его площадь — произведение сторон. Но если разбить его на части, площадь складывается из четырёх маленьких прямоугольников. И их площади — это как раз ac , ad , bc , bd !



$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Рис. 1. Площадь большого прямоугольника = сумма четырёх маленьких

💡 Лайфхак: Чтобы не запутаться, действуй по порядку. Возьми первый член первой скобки и «пройдись» им по всем членам второй. Потом возьми второй член первой скобки и снова пройди по всем. Как будто соединяешь каждого с каждым стрелочками.

⚠️ Частая ошибка: Пропустить произведение. В $(x + 2)(x + 3)$ должно быть РОВНО 4 произведения: $x \cdot x$, $x \cdot 3$, $2 \cdot x$, $2 \cdot 3$. Если их получилось 2 или 3 — что-то потеряли.

И, конечно, следим за знаками. Минус перед членом — часть члена, он участвует в умножении.

$$(x - 2)(x + 5) = x \cdot x + x \cdot 5 - 2 \cdot x - 2 \cdot 5 = x^2 + 5x - 2x - 10 = x^2 + 3x - 10$$

🕒 Попробуй сам: перемножь $(x + 1)(x + 4)$. Сколько получится произведений и какой ответ?

Готов? Четыре произведения: $x^2 + 4x + x + 4 = x^2 + 5x + 4$.



Разбор примеров

Пример 1. Выполни умножение: $(x + 3)(x + 2)$.

Решение. Каждый на каждый: $x \cdot x + x \cdot 2 + 3 \cdot x + 3 \cdot 2 = x^2 + 2x + 3x + 6$. Приводим подобные: $2x + 3x = 5x$.

Ответ: $x^2 + 5x + 6$.

Пример 2. Выполни умножение: $(a - 4)(a + 6)$.

Решение. $a \cdot a + a \cdot 6 - 4 \cdot a - 4 \cdot 6 = a^2 + 6a - 4a - 24$. Приводим подобные: $6a - 4a = 2a$.

Ответ: $a^2 + 2a - 24$.

Пример 3. Выполни умножение: $(2x + 1)(x - 5)$.

Решение. $2x \cdot x + 2x \cdot (-5) + 1 \cdot x + 1 \cdot (-5) = 2x^2 - 10x + x - 5$. Приводим подобные: $-10x + x = -9x$.

Ответ: $2x^2 - 9x - 5$.

Пример 4. Выполни умножение: $(3a - 2)(2a - 5)$.

Решение. $3a \cdot 2a + 3a \cdot (-5) - 2 \cdot 2a - 2 \cdot (-5) = 6a^2 - 15a - 4a + 10$. Внимание: $-2 \cdot (-5) = +10$. Приводим подобные: $-15a - 4a = -19a$.

Ответ: $6a^2 - 19a + 10$.

Пример 5. Выполни умножение: $(x + 2)(x^2 - 3x + 1)$.

Решение. Член x умножаем на все три члена: $x \cdot x^2 + x \cdot (-3x) + x \cdot 1 = x^3 - 3x^2 + x$.

Член 2 умножаем на все три: $2 \cdot x^2 + 2 \cdot (-3x) + 2 \cdot 1 = 2x^2 - 6x + 2$. Складываем всё: $x^3 - 3x^2 + x + 2x^2 - 6x + 2$. Приводим подобные: $-3x^2 + 2x^2 = -x^2$, $x - 6x = -5x$.

Ответ: $x^3 - x^2 - 5x + 2$.

Пример 6. Упрости: $(x + 3)(x - 1) - (x + 2)(x - 4)$.

Решение. Первое произведение: $x^2 - x + 3x - 3 = x^2 + 2x - 3$. Второе: $x^2 - 4x + 2x - 8 = x^2 - 2x - 8$. Теперь вычитаем второе из первого, минус меняет знаки второго: $(x^2 + 2x - 3) - (x^2 - 2x - 8) = x^2 + 2x - 3 - x^2 + 2x + 8$. Приводим подобные: $x^2 - x^2 = 0$, $2x + 2x = 4x$, $-3 + 8 = 5$.

Ответ: $4x + 5$.



Запомни главное

- **Каждый член на каждый**, потом **привести подобные**.
- Число произведений = (членов в 1-й скобке) \times (членов во 2-й скобке).
- Минус — часть члена, участвует в умножении; **минус на минус — плюс**.



Домашнее задание

1. Выполни умножение: $(x + 1)(x + 5)$.
2. Выполни умножение: $(a + 4)(a - 2)$.
3. Выполни умножение: $(y - 3)(y - 6)$.
4. Выполни умножение: $(2x + 3)(x + 1)$.
5. Выполни умножение: $(3a - 1)(2a - 4)$.
6. Выполни умножение: $(x - 5)(x + 5)$.
7. Выполни умножение: $(a + 1)(a^2 + 2a - 3)$.
8. Упрости: $(x + 2)(x + 6) - x(x + 3)$.
9. ☆ Упрости: $(2x - 1)(x + 3) - (x + 4)(x - 2)$.