

Урок 26. Разложение многочлена на множители способом группировки

Алгебра, 7 класс · §11 · ~45 минут

Что ты узнаешь


- Что делать, когда у всех членов нет общего множителя, а разложить хочется.
- Как разбить многочлен на группы и вынести множитель из каждой.
- Как «увидеть» общую скобку и вынести её за скобки.

Разбираемся в теме

На уроке 24 мы выносили общий множитель: $6x^2 + 10x = 2x(3x + 5)$. Но это работало, потому что у ВСЕХ членов был общий множитель. А что делать вот с таким?

$$ax + ay + bx + by$$

Тут четыре члена, и общего множителя у всех сразу нет. У первых двух общий — a , у вторых двух — b . Но a и b разные! Тупик? Нет. Здесь поможет хитрый приём — **группировка**.

 **Правило (способ группировки):** Члены многочлена разбивают на группы так, чтобы из каждой группы можно было вынести общий множитель. Если после этого в скобках получится одинаковое выражение, его выносят за скобки.

Смотри, как это работает по шагам:

Шаг 1. Группируем по два (ставим скобки): $ax + ay + bx + by = (ax + ay) + (bx + by)$

Шаг 2. Из каждой скобки выносим общий множитель: $= a(x + y) + b(x + y)$

Шаг 3. Видишь? В обеих частях появилась одинаковая скобка $(x + y)$. Это наш новый общий множитель — выносим его: $= (x + y)(a + b)$

Готово! Многочлен разложен на множители.

💡 Лайфхак: Главная цель первого шага — добиться, чтобы в обеих скобках получилось ОДНО И ТО ЖЕ выражение. Если скобки получились разные — попробуй сгруппировать члены по-другому.

$$ax + ay + bx + by$$

$$ax + ay$$

$$bx + by$$

$$a(x + y) + b(x + y)$$

общая скобка $(x + y)$

$$= (x + y)(a + b)$$

Рис. 1. Группировка: выносим общий множитель из каждой группы, затем общую скобку

⚠️ Частая ошибка: При группировке с минусом перед второй группой нужно вынести так, чтобы скобки совпали. Например, в $ax + ay - bx - by$ вторую группу берут с минусом: $-(bx + by) = -b(x + y)$. Тогда обе скобки $(x + y)$ совпадут.

🕒 Попробуй сам: разложи группировкой $xу + 3x + 2у + 6$. Подсказка — сгруппируй первые два и последние два.

Готов? $(xy + 3x) + (2y + 6) = x(y + 3) + 2(y + 3) = (y + 3)(x + 2)$.

Проверка

Как всегда — раскрой скобки обратно. $(y + 3)(x + 2) = xy + 2y + 3x + 6 = xy + 3x + 2y + 6$. ✓ Совпало с исходным.



Разбор примеров

Пример 1. Разложи на множители: $ab + ac + 5b + 5c$.

Решение. Группируем: $(ab + ac) + (5b + 5c)$. Из первой выносим a : $a(b + c)$. Из второй выносим 5 : $5(b + c)$. Получили $a(b + c) + 5(b + c)$. Общая скобка $(b + c)$, выносим её: $(b + c)(a + 5)$.

Ответ: $(b + c)(a + 5)$.

Пример 2. Разложи на множители: $xy + 4x + y + 4$.

Решение. $(xy + 4x) + (y + 4)$. Из первой группы выносим x : $x(y + 4)$. Во второй группе общего множителя нет, но $(y + 4)$ можно записать как $1 \cdot (y + 4)$. Получаем $x(y + 4) + 1 \cdot (y + 4) = (y + 4)(x + 1)$.

Ответ: $(y + 4)(x + 1)$.

Пример 3. Разложи на множители: $3a + 3b + ax + bx$.

Решение. $(3a + 3b) + (ax + bx)$. Из первой выносим 3 : $3(a + b)$. Из второй выносим x : $x(a + b)$. Итог: $3(a + b) + x(a + b) = (a + b)(3 + x)$.

Ответ: $(a + b)(3 + x)$.

Пример 4. Разложи на множители: $ax - ay + bx - by$.

Решение. $(ax - ay) + (bx - by)$. Из первой выносим a : $a(x - y)$. Из второй выносим b : $b(x - y)$. Получаем $a(x - y) + b(x - y) = (x - y)(a + b)$.

Ответ: $(x - y)(a + b)$.

Пример 5. Разложи на множители: $2x - 2y - ax + ay$.

Решение. $(2x - 2y) + (-ax + ay)$. Из первой выносим 2 : $2(x - y)$. Из второй вынесем $-a$, чтобы скобка совпала: $-a(x - y)$. (Проверим: $-a \cdot x = -ax$, $-a \cdot (-y) = +ay$ — верно.) Итог: $2(x - y) - a(x - y) = (x - y)(2 - a)$.

Ответ: $(x - y)(2 - a)$.

Пример 6. Разложи на множители: $x^3 + x^2 + x + 1$.

Решение. Группируем: $(x^3 + x^2) + (x + 1)$. Из первой выносим x^2 : $x^2(x + 1)$. Во второй группе $(x + 1) = 1 \cdot (x + 1)$. Получаем $x^2(x + 1) + 1 \cdot (x + 1) = (x + 1)(x^2 + 1)$. Проверка: $(x + 1)(x^2 + 1) = x^3 + x + x^2 + 1 = x^3 + x^2 + x + 1$. ✓

Ответ: $(x + 1)(x^2 + 1)$.



Запомни главное

- **Группировка** нужна, когда общего множителя у всех членов сразу нет.
- Разбей на группы, вынеси множитель из каждой — добивайся **одинаковой скобки**.
- Если члена выносят целиком, в группе остаётся **1**.
- При минусе перед группой выноси с минусом, чтобы скобки совпали.
- **Проверяй** обратным умножением.



Домашнее задание

1. Разложи на множители: $ax + ay + 3x + 3y$.
2. Разложи на множители: $mb + mc + b + c$.
3. Разложи на множители: $xу + 2x + 5y + 10$.
4. Разложи на множители: $7a + 7b + ax + bx$.
5. Разложи на множители: $ab - ac + 4b - 4c$.
6. Разложи на множители: $sx - cy + dx - dy$.
7. Разложи на множители: $6x - 6y - ax + ay$.
8. Разложи на множители: $a^3 + a^2 + 2a + 2$.
9. ★ Разложи на множители и проверь: $2xy - 6x + 5y - 15$.