

# Урок 28. Разложение на множители по формулам квадрата

Алгебра, 7 класс · §12 · ~45 минут

## Что ты узнаешь


- Как «прочитать формулу справа налево» и свернуть длинный трёхчлен обратно в квадрат.
- Что такое **полный квадрат** и как его узнать с первого взгляда.
- Как не попасться на ловушку, когда трёхчлен только притворяется полным квадратом.

## Разбираемся в теме

На прошлом уроке мы раскрывали скобки: из  $(a + b)^2$  делали  $a^2 + 2ab + b^2$ . Это как разобрать конструктор на детали. А сегодня — обратная задача: собрать конструктор назад. Дано  $a^2 + 2ab + b^2$  — а ты должен догадаться, что это  $(a + b)^2$ .

Зачем? Потому что свёрнутая форма короче, удобнее и часто помогает решать уравнения, сокращать дроби и упрощать выражения. Математики обожают сворачивать.

Просто перевернём знакомые формулы:

 **Правило:**  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$   $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Выражение вида  $a^2 + 2ab + b^2$  (или с минусом) называют **полным квадратом** — потому что его можно «свернуть» в квадрат скобки.

### Как узнать полный квадрат

Перед тобой трёхчлен, например  $x^2 + 10x + 25$ . Как понять, что это полный квадрат, а не случайный набор? Действуем как детектив:


 **Лайфхак (проверка из трёх шагов):**


1. Два крайних члена должны быть квадратами. Тут  $x^2 = (x)^2$  и  $25 = (5)^2$ .  
Значит,  $a = x$ ,  $b = 5$ .
2. Средний член должен равняться удвоенному произведению этих корней:  
 $2 \cdot x \cdot 5 = 10x$ . Совпало!
3. Если совпало — сворачиваем:  $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$ .

А знак внутри скобки берём по знаку среднего члена: плюс  $\rightarrow (a + b)^2$ , минус  $\rightarrow (a - b)^2$ .

 Попробуй сам: разложи  $x^2 - 6x + 9$ .

Готов? Крайние:  $x^2$  и  $9 = 3^2$ . Проверяем середину:  $2 \cdot x \cdot 3 = 6x$  — да, и она с минусом. Значит,  $(x - 3)^2$ .

 **Частая ошибка:** Не каждый трёхчлен с двумя квадратами — полный квадрат! Возьми  $x^2 + 7x + 9$ . Крайние — квадраты  $x$  и  $3$ , но  $2 \cdot x \cdot 3 = 6x$ , а у нас  $7x$ . Не совпало — значит, это НЕ полный квадрат, и так свернуть нельзя. Всегда проверяй средний член!

 **А знаешь ли ты?** Умение «дополнять до полного квадрата» — это супер-приём, на котором в 8 классе строится решение всех квадратных уравнений и вывод знаменитой формулы дискриминанта. Так что то, что ты учишь сейчас, — фундамент.

 **Разбор примеров**

**Пример 1.** Разложи на множители:  $x^2 + 8x + 16$ .

*Решение.* Крайние:  $x^2 = (x)^2$ ,  $16 = (4)^2$ . Проверка середины:  $2 \cdot x \cdot 4 = 8x$  — совпало, знак плюс.

**Ответ:**  $(x + 4)^2$ .

**Пример 2.** Разложи на множители:  $a^2 - 14a + 49$ .

*Решение.* Крайние:  $a^2$  и  $49 = 7^2$ . Середина:  $2 \cdot a \cdot 7 = 14a$ , знак минус — берём разность.

**Ответ:**  $(a - 7)^2$ .

**Пример 3.** Разложи на множители:  $4x^2 + 12x + 9$ .

*Решение.* Крайние члены — квадраты:  $4x^2 = (2x)^2$ ,  $9 = (3)^2$ . Значит,  $a = 2x$ ,  $b = 3$ . Проверка:  $2 \cdot (2x) \cdot 3 = 12x$  — совпало.

**Ответ:**  $(2x + 3)^2$ .

**Пример 4.** Разложи на множители:  $25 - 20y + 4y^2$ .

*Решение.* Крайние:  $25 = 5^2$ ,  $4y^2 = (2y)^2$ . Середина:  $2 \cdot 5 \cdot 2y = 20y$ , знак минус.

**Ответ:**  $(5 - 2y)^2$ .

**Пример 5.** Является ли  $x^2 + 5x + 4$  полным квадратом?

*Решение.* Крайние члены квадраты:  $x^2$  и  $4 = 2^2$ . Но удвоенное произведение  $2 \cdot x \cdot 2 = 4x$ , а у нас  $5x$ . Не совпадает.

**Ответ:** нет, это не полный квадрат.

**Пример 6.** Вычисли, свернув в квадрат:  $36^2 + 2 \cdot 36 \cdot 64 + 64^2$ .

*Решение.* Это полный квадрат с  $a = 36$ ,  $b = 64$ :  $36^2 + 2 \cdot 36 \cdot 64 + 64^2 = (36 + 64)^2 = 100^2 = 10000$ .

**Ответ:** 10000.



### Запомни главное

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ ;  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$  — формулы «справа налево».
- **Полный квадрат** распознаётся в три шага: два крайних — квадраты; середина = удвоенному произведению корней; знак скобки = знаку середины.
- Совпадение среднего члена — обязательное условие. Нет совпадения — нет квадрата.



## Домашнее задание

1. Разложи на множители:  $x^2 + 6x + 9$ .
2. Разложи на множители:  $y^2 - 10y + 25$ .
3. Разложи на множители:  $9a^2 + 6a + 1$ .
4. Разложи на множители:  $16 - 8b + b^2$ .
5. Разложи на множители:  $49x^2 - 28x + 4$ .
6. Является ли полным квадратом  $x^2 + 9x + 16$ ? Объясни.
7. Вычисли, свернув в квадрат:  $85^2 - 2 \cdot 85 \cdot 5 + 5^2$ .
8. Восстанови пропуск:  $x^2 + \dots + 49 = (x + 7)^2$ .
9. ★ Разложи на множители:  $x^2 + 2x + 1 - y^2$  (подсказка: сначала сверни первые три члена).