

Урок 30. Разложение разности квадратов на множители


Алгебра, 7 класс · §13 · ~45 минут

Что ты узнаешь

- Как «прочитать наоборот» формулу разности квадратов: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.
- Как мгновенно раскладывать выражения вроде $x^2 - 25$ или $9a^2 - 16$.
- Почему сумма квадратов $a^2 + b^2$ НЕ раскладывается (и это важно помнить).
- Как комбинировать с вынесением общего множителя.

Разбираемся в теме

На прошлом уроке мы из $(a - b)(a + b)$ делали $a^2 - b^2$. Сегодня крутим формулу в обратную сторону: видим разность двух квадратов — и раскладываем её на множители.


 **Правило:** $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ «Разность квадратов двух выражений равна произведению их разности и суммы.»

Это, пожалуй, самая часто используемая формула во всей школьной алгебре. Стоит увидеть «квадрат минус квадрат» — рука сама тянется разложить.

Как действовать? Найди, что возводится в квадрат у каждого члена.

$x^2 - 25$: первое — x (ведь $x^2 = x^2$), второе — 5 (ведь $25 = 5^2$). Значит:

$$x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$$

 **Лайфхак:** Алгоритм в два шага. (1) Извлеки «корни» из обоих квадратов — найди a и b . (2) Запиши $(a - b)(a + b)$. Всё! Никаких вычислений в середине.

🕒 Попробуй сам: разложи $9a^2 - 16$.

Готов? $9a^2 = (3a)^2$, $16 = 4^2$. Значит, $(3a - 4)(3a + 4)$.

Самое важное предупреждение

⚠️ **Частая ошибка:** Раскладывается только **разность** квадратов. **Сумма** квадратов $a^2 + b^2$ на множители (с обычными числами) **НЕ** раскладывается! Запись $x^2 + 9 = (x + 3)(x - 3)$ — грубая ошибка: если раскрыть правую часть, получится $x^2 - 9$, а вовсе не $x^2 + 9$.

Запомни простое: минус между квадратами — раскладываем, плюс — оставляем как есть.

Не забывай про общий множитель

Иногда разность квадратов прячется. Например, $2x^2 - 18$ на первый взгляд не похожа на «квадрат минус квадрат». Но вынеси сначала общий множитель 2:

$$2x^2 - 18 = 2(x^2 - 9) = 2(x - 3)(x + 3)$$

💡 **Лайфхак:** Всегда сначала проверяй, нельзя ли вынести общий множитель. Это «расчищает» выражение и часто открывает спрятанную формулу.

🤔 **А знаешь ли ты?** Разложение разности квадратов помогает считать в уме даже квадраты! 53^2 можно найти так: $53^2 = 53^2 - 50^2 + 50^2 = (53 - 50)(53 + 50) + 2500 = 3 \cdot 103 + 2500 = 309 + 2500 = 2809$. Хитро, правда?

✍️ Разбор примеров

Пример 1. Разложи на множители: $x^2 - 49$.

Решение. $x^2 = x^2$, $49 = 7^2$. По формуле: $(x - 7)(x + 7)$.

Ответ: $(x - 7)(x + 7)$.

Пример 2. Разложи на множители: $25 - a^2$.

Решение. $25 = 5^2$, $a^2 = a^2$. Первое 5, второе a : $(5 - a)(5 + a)$.

Ответ: $(5 - a)(5 + a)$.

Пример 3. Разложи на множители: $16x^2 - 9$.

Решение. $16x^2 = (4x)^2$, $9 = 3^2$. Получаем $(4x - 3)(4x + 3)$.

Ответ: $(4x - 3)(4x + 3)$.

Пример 4. Разложи на множители: $49a^2 - 25b^2$.

Решение. $49a^2 = (7a)^2$, $25b^2 = (5b)^2$. Значит, $(7a - 5b)(7a + 5b)$.

Ответ: $(7a - 5b)(7a + 5b)$.

Пример 5. Разложи на множители: $3x^2 - 27$.

Решение. Сначала выносим общий множитель 3: $3(x^2 - 9)$. В скобке разность квадратов: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$. Итого $3(x - 3)(x + 3)$.

Ответ: $3(x - 3)(x + 3)$.

Пример 6. Вычисли с помощью разложения: $76^2 - 24^2$.

Решение. Это разность квадратов: $76^2 - 24^2 = (76 - 24)(76 + 24) = 52 \cdot 100 = 5200$.

Ответ: 5200.



Запомни главное

- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ — разность квадратов всегда раскладывается.
- Алгоритм: извлеки корни a и b , запиши $(a - b)(a + b)$.
- **Сумма квадратов** $a^2 + b^2$ на множители НЕ раскладывается.
- Перед формулой всегда проверяй, нельзя ли вынести общий множитель.



Домашнее задание

1. Разложи на множители: $x^2 - 36$.
2. Разложи на множители: $81 - y^2$.
3. Разложи на множители: $4a^2 - 1$.
4. Разложи на множители: $64x^2 - 25$.
5. Разложи на множители: $9m^2 - 49n^2$.
6. Разложи на множители: $5x^2 - 45$.
7. Можно ли разложить $x^2 + 16$? Объясни.
8. Вычисли с помощью разложения: $63^2 - 37^2$.
9. ★ Разложи на множители: $x^4 - 81$.