

# Урок 32. Преобразование целых выражений. Все способы разложения

Алгебра, 7 класс · §14 · ~45 минут

## Что ты узнаешь

- Что такое целое выражение и как «привести его к многочлену».
- Как выбрать правильный способ разложения, когда их сразу несколько.
- Главный порядок действий разложения: вынесение → формулы → группировка.
- Как комбинировать приёмы в одной задаче (а это любимое дело контрольных!).

## Разбираемся в теме

Поздравляю — ты добрался до урока, который собирает всю главу воедино. Здесь нет новых формул. Зато есть искусство: понять, какой инструмент достать из ящика для конкретной задачи.

**Целое выражение** — это выражение, составленное из чисел и переменных с помощью сложения, вычитания, умножения, возведения в степень и деления на числа (но НЕ деления на выражение с переменной). Любое целое выражение можно **преобразовать в многочлен** — раскрыть все скобки и привести подобные.


Например:  $(x + 2)^2 - (x - 1)(x + 1)$  — целое выражение. Превратим его в многочлен:  
 $(x^2 + 4x + 4) - (x^2 - 1) = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 1 = 4x + 5$ .

## Три способа разложения на множители

За главу ты освоил несколько приёмов. Вот они, в том порядке, в котором их стоит пробовать:

## **Порядок разложения на множители:**

1. **Вынести общий множитель** за скобку (если он есть).
2. Применить **формулы сокращённого умножения** (разность квадратов, квадрат суммы/разности, сумма/разность кубов).
3. Использовать **группировку** (если членов 4 и больше).


 **Лайфхак:** Первый шаг — ВСЕГДА проверить общий множитель. Это не только упрощает выражение, но и часто открывает спрятанную формулу. Например,  $5x^2 - 20$  само по себе не формула, но  $5(x^2 - 4) = 5(x - 2)(x + 2)$  — пожалуйста!

 Попробуй сам: разложи  $2x^3 - 8x$ . Что вынести первым?

Готов? Общий множитель  $2x$ :  $2x(x^2 - 4) = 2x(x - 2)(x + 2)$ . Сначала вынесли, потом применили разность квадратов.

## **Напоминание формул главы**


Держи все формулы под рукой — это твой набор инструментов:

 **Шпаргалка:**  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$   
 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$   $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$


## **Группировка**

Если членов четыре и ни общий множитель, ни формула сразу не видны — пробуй группировку: разбей члены на пары так, чтобы из каждой пары вынеслось одно и то же.

$$ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$$

 **Частая ошибка:** После раскрытия скобок не забывай менять знаки, если перед скобкой стоит минус!  $-(x^2 - 1) = -x^2 + 1$ , а не  $-x^2 - 1$ . На этом

«СПОТЫКАЮТСЯ» чаще всего.

 **А знаешь ли ты?** Умение быстро разложить выражение — это не просто школьное упражнение. На разложении больших чисел на множители держится вся современная криптография: твои пароли и банковские переводы защищены именно тем, что разложить огромное число очень трудно даже для суперкомпьютера.

### Разбор примеров

**Пример 1.** Преобразуй в многочлен:  $(x + 3)^2 - (x - 2)(x + 2)$ .

*Решение.* По формулам:  $(x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 4)$ . Раскрываем второй минус:  $x^2 + 6x + 9 - x^2 + 4 = 6x + 13$ .

**Ответ:**  $6x + 13$ .

**Пример 2.** Разложи на множители:  $3x^2 - 12$ .

*Решение.* Шаг 1 — общий множитель 3:  $3(x^2 - 4)$ . Шаг 2 — разность квадратов:  $3(x - 2)(x + 2)$ .

**Ответ:**  $3(x - 2)(x + 2)$ .

**Пример 3.** Разложи на множители:  $2x^2 + 12x + 18$ .

*Решение.* Шаг 1 — вынесем 2:  $2(x^2 + 6x + 9)$ . Шаг 2 — в скобке полный квадрат:  $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ . Итого  $2(x + 3)^2$ .

**Ответ:**  $2(x + 3)^2$ .

**Пример 4.** Разложи на множители:  $ax + ay + 2x + 2y$ .

*Решение.* Группировка. Первая пара:  $ax + ay = a(x + y)$ . Вторая пара:  $2x + 2y = 2(x + y)$ . Общий множитель  $(x + y)$ :  $(x + y)(a + 2)$ .

**Ответ:**  $(x + y)(a + 2)$ .

**Пример 5.** Разложи на множители:  $x^3 - x$ .

*Решение.* Шаг 1 — общий множитель  $x$ :  $x(x^2 - 1)$ . Шаг 2 — разность квадратов:  $x(x - 1)(x + 1)$ .

**Ответ:**  $x(x - 1)(x + 1)$ .

**Пример 6.** Разложи на множители:  $x^2 - y^2 + x + y$ .

*Решение.* Первые два члена — разность квадратов:  $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ . Остаток  $x + y$ . Теперь общий множитель  $(x + y)$ :  $(x - y)(x + y) + (x + y) = (x + y)(x - y + 1)$ .

**Ответ:**  $(x + y)(x - y + 1)$ .



### Запомни главное

- Любое **целое выражение** можно привести к многочлену: раскрой скобки и приведи подобные.
- Порядок разложения: **вынесение общего множителя** → **формулы** → **группировка**.
- Первым делом ВСЕГДА ищи общий множитель.
- Перед скобкой со знаком минус меняй знаки всех членов внутри.
- Раскладывай «до конца»: проверь, нельзя ли разложить дальше получившиеся скобки.



### Домашнее задание

1. Преобразуй в многочлен:  $(a + 4)^2 - (a - 4)^2$ .
2. Преобразуй в многочлен:  $(x - 5)(x + 5) + (x + 5)^2$ .
3. Разложи на множители:  $4x^2 - 16$ .
4. Разложи на множители:  $3a^2 - 18a + 27$ .
5. Разложи на множители:  $bx + by + 5x + 5y$ .
6. Разложи на множители:  $x^3 - 9x$ .
7. Разложи на множители:  $2x^3 + 2$  (подсказка: сначала вынеси множитель, потом сумма кубов).

8. Упрости:  $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 - 4x$ .

9. ★ Разложи на множители:  $a^2 - b^2 - a - b$ .