

# Урок 2. Эратосфен измеряет Землю

Астрономия · ~35 минут

Больше двух тысяч лет назад, без спутников, самолётов и даже нормальных карт, один человек в Египте измерил размер всей планеты — с погрешностью всего в несколько процентов. Его инструментами были палка, тень, геометрия и голова. Это, возможно, самый красивый эксперимент в истории науки. Повторим его рассуждение шаг за шагом.


## Что ты узнаешь

- Как тень от палки в полдень выдаёт угол наклона Солнца.
- Почему одновременные тени в двух городах дают угол между ними на поверхности Земли.
- Как из одного угла и одного расстояния получить радиус всей планеты.
- Что радиус Земли  $\approx 6400$  км, и как это проверить самому.

## Разбираемся в теме

### Идея: Солнце далеко, лучи параллельны

Солнце так далеко (150 млн км!), что его лучи, приходя к Земле, идут практически **параллельным пучком**. Это ключ ко всему методу. Если бы Земля была плоской, тени от одинаковых палок в разных городах были бы одинаковой длины. Но они разные — значит, поверхность **искривлена**.

 **Запомни:** параллельные лучи + кривая поверхность = разные тени в разных местах. Именно разница теней измеряет кривизну.

## Что заметил Эратосфен

Эратосфен (около 240 г. до н. э.) заведовал знаменитой библиотекой в Александрии. Он узнал, что в городе **Сиене** (нынешний Асуан, южнее по Нилу) в день летнего солнцестояния в полдень Солнце стоит точно в зените: солнечные лучи достают до дна глубоких колодцев, а вертикальные предметы **не отбрасывают тени** вовсе.

А в Александрии в тот же момент тень есть. Эратосфен воткнул вертикальный шест (гномон) и измерил угол между шестом и направлением на Солнце по длине тени. Получилось примерно **7,2°** — это как раз  $1/50$  полного круга ( $360^\circ / 50 = 7,2^\circ$ ).



## Геометрия: угол при тени = угол между городами

Вот сердце метода. Угол тени в Александрии ( $7,2^\circ$ ) равен углу между двумя городами, если смотреть из **центра Земли**.

Почему? Лучи Солнца параллельны. Шест в Александрии — это продолжение радиуса Земли (он «смотрит» из центра планеты вверх). Угол между этим радиусом-шестом и параллельным лучом (то есть направлением «на Солнце, как в Сиене») — это **накрест лежащий угол** при секущей, пересекающей параллельные прямые. А такие углы равны. Значит, дуга между Сиеной и Александрией видна из центра Земли под тем же углом  $7,2^\circ$ .

💡 Красота метода: мы измерили угол **на поверхности** (тень от палки), а получили угол **в центре Земли**, куда никто заглянуть не может.

### Считаем длину окружности

Дальше — чистая пропорция. Дуга в  $7,2^\circ$  — это  $1/50$  полной окружности.

Эратосфен знал: расстояние от Александрии до Сиены  $\approx 5000$  стадиев (караваны шли это расстояние около 50 дней). Тогда вся окружность Земли:  $L = 50 \times 5000 \text{ стадиев} = 250,000 \text{ стадиев}$ .

Переведём в километры. Один египетский стадий  $\approx 157\text{--}158$  м, тогда  $L \approx 250,000 \times 158 \text{ км} \approx 39,500 \text{ км}$ . Настоящая длина окружности Земли — **около 40 000 км**. Ошибка — считанные проценты. Для палки, тени и верёвки — это фантастика.

🤔 **А знаешь ли ты?** Метр когда-то определили так, чтобы расстояние от экватора до полюса было ровно 10 000 км. Поэтому длина всей окружности Земли  $\approx 40\,000$  км — не совпадение, а следствие определения метра. Эратосфен «попал» в это число за 2000 лет до появления метра.

### От окружности — к радиусу

Длина окружности связана с радиусом:  $L = 2\pi R \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{L}{2\pi}$ . Подставим 40 000 км:  $R = \frac{40,000}{2 \cdot 3,14} \approx \frac{40,000}{6,28} \approx 6370 \text{ км}$ . Это и есть **радиус Земли  $\approx 6400$  км** (точнее 6371 км). Всё — из тени палки.

📌 **Запомни:** радиус Земли  $R \approx 6400$  км, длина окружности  $\approx 40\,000$  км, диаметр  $\approx 12\,700$  км. Эти три числа стоит помнить наизусть — они пригодятся весь курс.

👉 **Разбор примера**

**Задача.** В городе А вертикальный шест высотой 1 м отбрасывает в местный полдень тень длиной 0,20 м. В городе В, точно к югу и в тот же момент, тени нет вовсе. Расстояние между городами 800 км. Оцени радиус Земли.

**Решение.** Сначала угол наклона Солнца в городе А. Тень и шест образуют прямоугольный треугольник, где  $\tan \alpha = \frac{\text{тень}}{\text{высота}} = \frac{0,20}{1} = 0,20 \quad \rightarrow \quad \alpha \approx 11,3^\circ$ . Этот угол равен углу между городами из центра Земли. Дуга 800 км соответствует  $11,3^\circ$ . Найдём полную окружность пропорцией:  $L = 800 \text{ км} \times \frac{360^\circ}{11,3^\circ} \approx 800 \times 31,9 \approx 25,500 \text{ км}$ . Тогда радиус:  $R = \frac{L}{2\pi} = \frac{25,500}{6,28} \approx 4060 \text{ км}$ . Получилось меньше настоящего (6400 км) — потому что числа в задаче я взял «учебные». Но метод — ровно тот же, что у Эратосфена. Главное — ты видишь всю цепочку: тень → угол → доля круга → окружность → радиус.



## Задачи

1. Угол тени в Александрии  $7,2^\circ$ . Какую долю полного круга ( $360^\circ$ ) он составляет? Во сколько раз длина окружности Земли больше расстояния Александрия — Сиена?
2. Расстояние Александрия — Сиена  $\approx 800$  км (в километрах). Пользуясь углом  $7,2^\circ$ , получи длину окружности Земли и её радиус. Сравни с 6400 км.
3. Почему для метода Эратосфена принципиально, чтобы лучи Солнца были параллельны? Что изменилось бы в рассуждении, будь Солнце близко (например, на высоте 10 000 км)?
4. В городе шест высотой 2 м даёт тень 0,35 м в полдень. Найди угол наклона Солнца от вертикали (через  $\tan$ ).
5. Два города лежат на одном меридиане, расстояние между ними 1100 км. Тени одновременно показывают углы  $5^\circ$  и  $15^\circ$  от вертикали. Оцени радиус Земли. (Подсказка: важна **разность** углов.)
6. Длина окружности Земли  $\approx 40\,000$  км. Самолёт летит со скоростью 900 км/ч. За сколько часов он облетел бы Землю по экватору без остановок?

7. Оцени: на сколько километров надо отойти вдоль меридиана, чтобы высота Полярной звезды над горизонтом изменилась на  $1^\circ$ ? (Подсказка:  $360^\circ$  соответствуют всей окружности.)
8. Эратосфен ошибся бы, если бы Сиена лежала не точно к югу от Александрии, а сильно к востоку. Объясни, почему направление «строго по меридиану» (север — юг) важно для метода.