

Урок 5. Тяготение и орбиты

Астрономия · ~35 минут

Почему яблоко падает, а Луна — нет? Ньютон понял, что это **один и тот же** закон: яблоко и Луна падают одинаково, просто Луна летит вбок так быстро, что всё время «промахивается» мимо Земли. Один закон тяготения объясняет и упавшее яблоко, и орбиты планет, и то, с какой скоростью надо разогнать ракету, чтобы она не вернулась. Разберёмся, как это работает.

Что ты узнаешь


- Закон всемирного тяготения и почему сила убывает как $1/r^2$.
- Почему Луна «падает, но не падает» — идея орбиты.
- Три закона Кеплера, и что означает $T^2 \sim a^3$.
- Как оценить первую космическую скорость (≈ 8 км/с).

Разбираемся в теме

Закон всемирного тяготения

Ньютон предположил: **любые** два тела притягиваются. Сила тем больше, чем массивнее тела, и быстро слабеет с расстоянием: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где $G \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ — гравитационная постоянная, r — расстояние между центрами тел.

Ключевое здесь — $1/r^2$. Удвой расстояние — сила упадёт вчетверо. Утрой — в девять раз.

 **А знаешь ли ты?** Закон «обратных квадратов» появляется всюду, где что-то расходится от точки во все стороны: свет, звук, гравитация. Причина геометрическая — поверхность сферы растёт как r^2 , и «поток»


размазывается по ней. Об этом мы ещё вспомним в уроке 6, говоря о яркости звёзд.

Ускорение свободного падения

У поверхности Земли на тело массой m действует сила $F = G \frac{M_{\oplus} m}{R_{\oplus}^2} = m g$, откуда ускорение свободного падения $g = \frac{G M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}$. Подставим массу Земли $M_{\oplus} = 6 \cdot 10^{24}$ кг и радиус $R_{\oplus} = 6,4 \cdot 10^6$ м: $g = \frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6,4 \cdot 10^6)^2} \approx \frac{4 \cdot 10^{14}}{4 \cdot 10^{13}} \approx 9,8 \text{ м/с}^2$. Знакомое число! То же g , что и у падающего яблока, — прямо из закона тяготения.

Луна падает, но не падает

Ньютон представил пушку на высокой горе. Слабый выстрел — ядро падает недалеко. Сильнее — падает дальше, огибая выпуклость Земли. Достаточно сильный — ядро **всё время падает, но Земля всё время «уходит» из-под него**, и оно летит по кругу. Это и есть орбита.

 **Запомни:** орбита — это непрерывное падение «мимо» планеты. Спутник не «висит» и не «выключил гравитацию» — он падает, но его боковая скорость так велика, что он промахивается.

Проверим для Луны. На орбите тело движется с **центростремительным ускорением** $a = v^2/r$, и его обеспечивает тяготение. Ускорение свободного падения на расстоянии Луны ($r \approx 60 R_{\oplus}$) должно быть в $60^2 = 3600$ раз слабее, чем у поверхности: $a_{\text{Луны}} = \frac{g}{3600} \approx \frac{9,8}{3600} \approx 0,0027 \text{ м/с}^2$. Скорость Луны на орбите ≈ 1 км/с, радиус орбиты $3,84 \cdot 10^8$ м. Проверим через $a = v^2/r$: $a = \frac{(1000)^2}{3,84 \cdot 10^8} \approx \frac{10^6}{3,84 \cdot 10^8} \approx 0,0026 \text{ м/с}^2$. Два способа дали одно и то же! Это и был триумф Ньютона: тот же закон, что роняет яблоко, удерживает Луну.


Три закона Кеплера


Ещё до Ньютона Кеплер вывел из наблюдений три правила движения планет.

1-й закон. Планеты движутся по **эллипсам**, в одном из фокусов которого — Солнце. (Орбиты близки к кругам, но не идеальны.)

2-й закон. Отрезок «Солнце — планета» за равные времена заметает равные площади. Значит, вблизи Солнца планета движется **быстрее**, вдали — медленнее.

3-й закон. Для любой планеты квадрат периода обращения пропорционален кубу большой полуоси орбиты: $T^2 \sim a^3$, $\frac{T^2}{a^3} = \text{const для всех планет.}$

 Удобная форма: если T мерить в **годах**, а a — в **а.е.**, то для Солнечной системы просто $T^2 = a^3$. Проверь на Земле: $a = 1$, $T = 1$ — сходится. На Юпитере $a = 5,2$, тогда $T = \sqrt{5,2^3} = \sqrt{140} \approx 11,9$ года — так и есть!

 **Запомни:** 3-й закон Кеплера связывает **период** и **размер** орбиты. Зная одно, находишь другое. Ньютон показал, что этот закон — прямое следствие тяготения $\sim 1/r^2$.

Первая космическая скорость

С какой скоростью надо лететь у поверхности планеты, чтобы двигаться по круговой орбите (не падать обратно)? Тяготение должно давать ровно центростремительное ускорение: $\frac{v^2}{R} = g \rightarrow v = \sqrt{gR}$. Подставим $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ и $R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$: $v = \sqrt{9,8 \cdot 6,4 \cdot 10^6} = \sqrt{6,3 \cdot 10^7} \approx 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с} \approx 8 \text{ км/с}$. Вот она — **первая космическая скорость $\approx 8 \text{ км/с}$** . Разгонишь тело до 8 км/с горизонтально — оно станет спутником Земли.

⚠ Не путай: **первая** космическая (≈ 8 км/с) — чтобы выйти на низкую круговую орбиту. **Вторая** космическая ($\approx 11,2$ км/с) — чтобы совсем убежать от притяжения Земли. Вторая больше первой в $\sqrt{2}$ раз.

Разбор примера

Задача. У Марса радиус ≈ 3400 км и $g \approx 3,7$ м/с². Оцени первую космическую скорость для Марса и сравни с земной.

Решение. $v = \sqrt{gR} = \sqrt{3,7 \cdot 3,4 \cdot 10^6} = \sqrt{1,26 \cdot 10^7} \approx 3,5 \cdot 10^3 \text{ м/с} \approx 3,5 \text{ км/с}$. Это примерно в 2,3 раза меньше земных 8 км/с — Марс легче и меньше, поэтому вывести спутник на его орбиту проще. Вот почему с малых тел (Луны, астероидов) взлетать «дёшево».

Задачи

1. Во сколько раз изменится сила тяготения между телами, если расстояние между ними: (а) удвоить; (б) уменьшить в 3 раза; (в) увеличить в 10 раз?
2. На высоте, равной радиусу Земли (то есть на расстоянии $2R$ от центра), во сколько раз ускорение свободного падения меньше, чем на поверхности?
3. По 3-му закону Кеплера ($T^2 = a^3$, T в годах, a в а.е.) найди период обращения Марса ($a = 1,52$ а.е.) и Нептуна ($a = 30$ а.е.).
4. Комета имеет период обращения 64 года. Оцени большую полуось её орбиты в а.е.
5. Оцени первую космическую скорость для Луны ($g \approx 1,6$ м/с², $R \approx 1740$ км). Во сколько раз она меньше земной?
6. Луна летит по орбите радиусом $3,84 \cdot 10^5$ км со скоростью ≈ 1 км/с. Оцени период её обращения (длина орбиты / скорость). Сравни с настоящими 27,3 суток.

7. Ускорение свободного падения $g = GM/R^2$. Вырази из этой формулы массу Земли и оцени её, подставив $g = 9,8$, $R = 6,4 \cdot 10^6$ м, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$.
8. Почему на низкой орбите космонавты в невесомости, хотя тяготение там почти такое же сильное, как на поверхности (падает всего на $\sim 10\%$)? Объясни через идею «непрерывного падения».