

Урок 1. Что такое вероятность

Вероятность и парадоксы · ~35 минут

Подбрось монету. Орёл или решка? Ты не знаешь заранее — и в этом вся суть. Вероятность — это математика для тех случаев, когда мы не можем сказать точно, но можем сказать **насколько вероятно**. Это язык, на котором говорят азартные игры, прогнозы погоды, страховые компании и квантовые физики.

Что ты узнаешь

- Что такое равновозможные исходы и как их считать.
- Главную формулу: $P = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$.
- Почему вероятность всегда от 0 до 1.
- Как быстро считать через противоположное событие.

Разбираемся в теме

Опыт, исход, событие

Случайный опыт — это действие с несколькими возможными результатами: бросок кубика, подбрасывание монеты, вытягивание карты.

Исход — один конкретный результат. У кубика их шесть: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Событие — это то, что нас интересует. Например, «выпало чётное число». Событию соответствует набор благоприятных исходов: здесь это {2, 4, 6}.

Главная формула

Если все исходы **равновозможны** (ни один не выпадает чаще другого), то

$$P(A) = \frac{\text{число благоприятных исходов}}{\text{число всех исходов}}$$

Например, вероятность выбросить чётное на кубике:

$$P(\text{чёт}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

⚠ Формула работает **только для равновозможных исходов**. Если кубик кривой или монета гнутая — так считать нельзя. Все наши кубики и монеты будем считать честными.

Шкала вероятности

Число благоприятных исходов не может быть меньше нуля и не может превысить число всех исходов. Поэтому

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

- $P = 0$ — событие **невозможно** (выбросить 7 на обычном кубике).
- $P = 1$ — событие **достоверно** (выбросить число от 1 до 6).
- $P = 0{,}5$ — «пятьдесят на пятьдесят».

Вероятность часто записывают дробью, десятичной дробью или процентами:

$$1/2 = 0,5 = 50\%.$$

📌 **Запомни:** вероятность — это всегда число от 0 до 1. Если у тебя получилось 1,3 или $-0,2$, где-то ошибка.

Противоположное событие

У каждого события A есть **противоположное** — « A не произошло». Его обозначают \bar{A} . Вместе они покрывают все исходы, поэтому

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1, \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

Это самый полезный приём в курсе! Часто «в лоб» считать трудно, а через противоположное — легко.

💡 Пример: вероятность выбросить на кубике **не единицу**. Считать «всё, кроме 1» скучно, а через дополнение мгновенно: $1 - 1/6 = 5/6$.

📖 **Разбор примера**

Задача. Из колоды в 36 карт наугад вытянули одну. Какова вероятность, что это не туз?

Решение. Всего карт — 36, это все исходы. Тузов в колоде 4. Считать «не туз» напрямую — это 32 карты, но проще через противоположное событие.

Вероятность вытянуть туз:

$$P(\text{туз}) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}.$$

Тогда вероятность «не туз»:

$$P(\overline{\text{туз}}) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \approx 0,889.$$

Ответ: $8/9 \approx 0,889$.



Задачи

1. Бросают один кубик. Какова вероятность выбросить число больше 4?
2. В мешке 5 красных, 3 синих и 2 зелёных шара. Наугад достают один. Какова вероятность, что он **не** зелёный?
3. Бросают монету. Какова вероятность, что выпадет орёл?
4. Из колоды в 52 карты тянут одну. Какова вероятность вытянуть карту червовой масти? (Червей ровно 13.)
5. Бросают кубик. Какова вероятность выбросить число, кратное 3?
6. В классе 30 учеников, из них 12 девочек. Наугад вызывают одного к доске. Какова вероятность, что вызовут мальчика?
7. Вероятность, что автобус опоздает, равна 0,15. Какова вероятность, что он **не** опоздает?
8. В лотерее 100 билетов, из них 7 выигрышных. Покупают один билет. Какова вероятность **проиграть**?