Ответы к заданиям — Вероятность и статистика, 7 класс

Загляни сюда только после того, как сам(а) решил(а)! Сверь ответы и разбери ошибки.

Урок 1. Множества

1. ${2, 4, 6, 8, 10}$.
2. Буквы: б, а, р, н → ${\text{б}, \text{а}, \text{р}, \text{н}}$, всего **4** элемента (а повторяется, но считаем один раз).
3. а) верно; б) неверно ($7 \notin A$); в) неверно ($12 \in A$).
4. Например: «треугольники с четырьмя углами» или «числа, которые больше 10 и меньше 5». Любой набор без элементов.
5. Да: все элементы Q (2 и 4) есть в P → $Q \subset P$.
6. Общие элементы 10 и 20 → $A \cap B = {10, 20}$.
7. $A \cup B = {5, 10, 15, 20, 30}$ — **5** элементов.
8. Пересечение 4. Только плавают: $12-4=8$; только бегают: $9-4=5$. Хотя бы один вид: $8+4+5=17$ ребят.
9. Пересечение 5. а) только кошка: $14-5=9$; б) только собака: $11-5=6$; в) с питомцами всего $9+5+6=20$, значит без питомцев $25-20=5$.

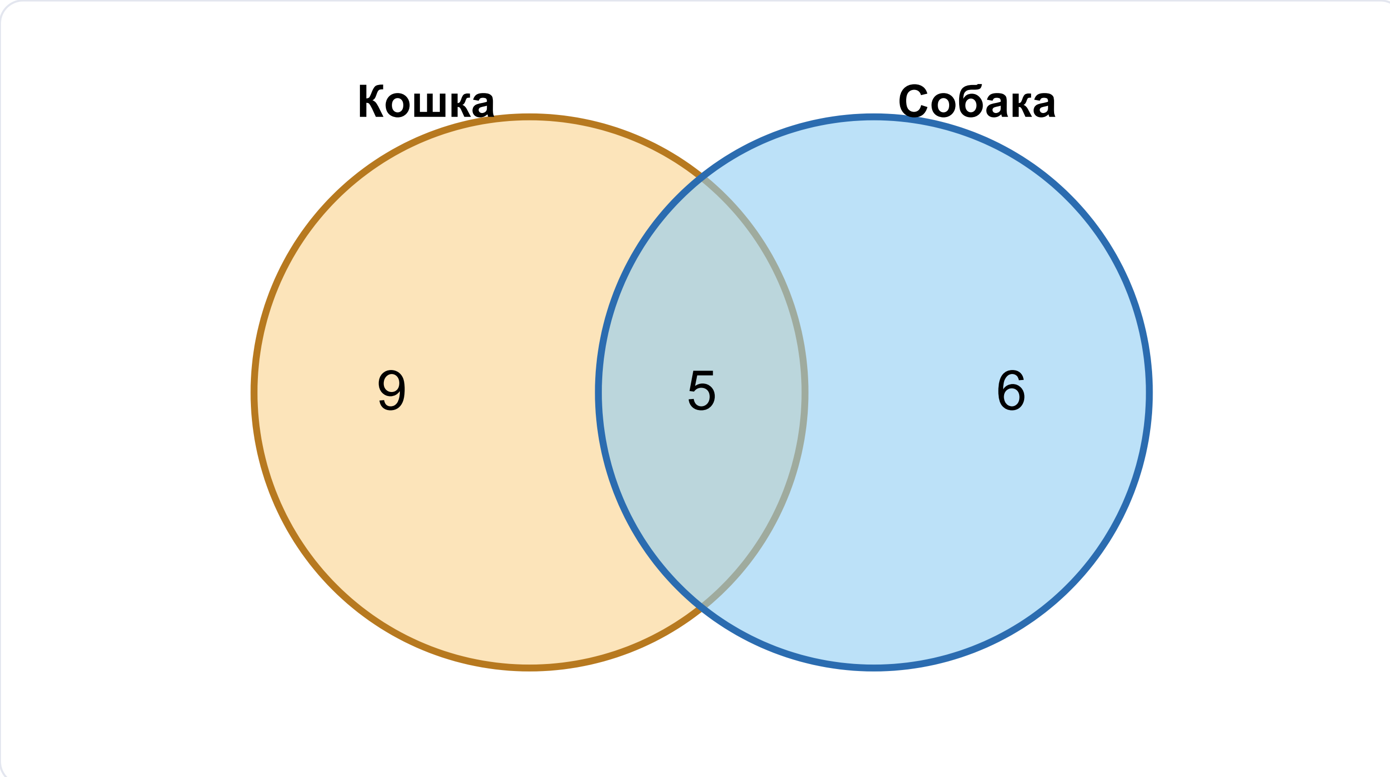

Рис. 4. Ответ к заданию 9

Урок 2. Данные и числовые наборы

1. Твой личный набор из 7 чисел, например: $8,\ 9,\ 7,\ 8,\ 10,\ 7,\ 9$. Главное — 7 чисел, могут повторяться.
2. **Числовые:** масса рюкзака, число страниц, время бега. **Нечисловые:** любимая игра, имя друга.
3. а) измерение; б) опрос; в) наблюдение (или подсчёт по записи матча).
4. Всего **7** чисел; восьмёрка встречается **3 раза**.
5. В множестве $\{2, 3\}$ повтор убирается. В числовом наборе $2, 2, 3$ обе двойки сохраняются — это три отдельных результата. Значит, в наборе важны повторы (и часто порядок), а в множестве — нет.
6. Например: «Сколько у тебя домашних животных?» — ответы числа.
7. Например: «Какой у тебя любимый предмет?» — ответы слова/категории.

8. Нужны данные-наблюдения: для каждого дня записать, был дождь или нет (можно числом мм осадков). Способ — **наблюдение/измерение** осадков. Срок — чем дольше, тем надёжнее: за одну неделю вывод случайный, нужно собирать хотя бы за несколько месяцев или год, чтобы посчитать, в какой день недели дождь шёл чаще всего.

Урок 3. Таблицы

1. В пятницу — **8 мм**.
2. Дождя не было в **понедельник, четверг и воскресенье** (там 0).
3. $0+5+3+0+8+2+0 = 18$ мм за неделю.
4. Частоты: 36 → 3 раза; 37 → 2; 38 → 2; 39 → 1.

Размер	36	37	38	39
Частота	3	2	2	1

Проверка: $3+2+2+1 = 8$ — верно. 5. Чаще всего **размер 36** (3 раза). 6. $15 - (6 + 4) = 15 - 10 = 5$ человек выбрали виноградный. 7. Всего книг: $2+3+1+4+2 = 12$. 8. Твоя таблица. Главное: четыре проверки сошлись — все ответы записаны, сумма частот = 12, и ты назвал значение с самой большой частотой.

Урок 4. Столбиковые диаграммы

1. Теплее всего в **пятницу (28°)**, холоднее всего в **среду (17°)**.
2. Пятница 28°, среда 17°: $28 - 17 = 11$ градусов теплее.
3. Теплее 21°C было во **вторник (25°), четверг (22°) и пятницу (28°)**.
4. Две оси; на вертикальной числа от 0 до 9-10; три столбика высотой 6, 4 и 9 с подписями «Матем.», «Русск.», «Физ-ра».
5. Больше всего пятёрок по **физкультуре (9)**.

6. Если ось не с нуля, высоты столбиков перестают быть пропорциональны числам, и маленькая разница выглядит как огромная — диаграмма обманывает глаз.
7. Столбики высотой 30, 50, 20, 40. Минимум — 20 (день 3). Вдвое больше — 40, это **день 4**.
8. Твои данные. Главное: правильно описана диаграмма (ось с 0, 5 столбиков), назван день с самым высоким столбиком и верно посчитана разность «максимум минус минимум».

Урок 5. Круговые диаграммы

1. $25 \times 3{,}6° = 90°$.
2. $90° \div 3{,}6 = 25%$.
3. $18° \div 3{,}6 = 5%$.
4. Сказки: $20 \div 40 \times 100% = 50%$; приключения: $12 \div 40 \times 100% = 30%$; стихи: $8 \div 40 \times 100% = 20%$. Сумма: $50+30+20 = 100%$ ✓.
5. Сказки: $50 \times 3{,}6 = 180°$; приключения: $30 \times 3{,}6 = 108°$; стихи: $20 \times 3{,}6 = 72°$. Сумма: $180+108+72 = 360°$ ✓.
6. $60%$ от 25: $25 \times 0{,}6 = 15$ человек.
7. $100% - 55% = 45%$.
8. Третий сектор: $100% - 50% - 20% = 30%$. Угол: $30 \times 3{,}6 = 108°$.
9. Сон: $8 \div 24 \times 100% \approx 33{,}3%$; школа: $6 \div 24 \times 100% = 25%$; спорт: $2 \div 24 \times 100% \approx 8{,}3%$; остальное: $8 \div 24 \times 100% \approx 33{,}3%$. Сумма $\approx 100%$ (небольшое отклонение из-за округления). Углы проще считать прямо от часов, ведь 24 часа = 360°, значит 1 час = 15°: сон $8 \times 15 = 120°$, школа $6 \times 15 = 90°$, спорт $2 \times 15 = 30°$, остальное $8 \times 15 = 120°$. Сумма: $120+90+30+120 = 360°$ ✓. Чтобы нарисовать: рисуем круг, откладываем сектора с этими углами (можно транспортиром), раскрашиваем и подписываем доли.

Урок 6. Построение и сравнение диаграмм

1. а) **столбиковая** (сравниваем 5 величин); б) **круговая** (доли целого — бюджета); в) **столбиковая** (изменение по месяцам, сравнение значений; допустима и линейная, но из изученных — столбиковая).
2. 30 + 22 + 12 + 8 = **72 порции**.
3. Ванильного 22, фисташкового 8. 22 : 8 = 2,75 — примерно в **2,75 раза** больше.
4. Книги 50% + Игры 25% = 75%. Фильмы: 100% – 75% = **25%**.
5. 60 · 1/3 = **20 человек**.
6. Всего 20. Зима: 8/20 = 40%. Лето: 6/20 = 30%. Осень: 4/20 = 20%. Весна: 2/20 = 10%. (Проверка: 40+30+20+10 = 100% ✓.)
7. Потому что у такой диаграммы вертикальная ось начинается не с 0, и поэтому даже крошечная разница в данных превращается в огромную разницу высот столбиков — глаз видит «гигантский разрыв», которого в числах нет.
8. ⭐ Такое возможно только если ось начали не с нуля (например, с 90). Тогда столбик «100» оказывается втрое «выше» части от 90 до 95. На самом деле конкурент лучше на 100 – 95 = 5 баллов. В процентах от нашего: 5/95 ≈ 0,0526 ≈ **5,3%** — то есть всего на ~5%, а вовсе не «втрое».

Урок 7. Среднее арифметическое числового набора

1. (7+7+7+7)/4 = 28/4 = **7**. (Среднее одинаковых чисел равно им самим.)
2. Сумма 12+15+18+11+14 = 70; /5 = **14**.
3. Сумма 20+25+0+30+15+40+10 = 140; /7 = **20 страниц**.
4. Сумма (–3)+(–1)+0+2+(–2)+4 = 0; /6 = **0°**.
5. Сумма всех = 6·5 = 30. Известные: 5+7+6+8 = 26. Пятое = 30 – 26 = **4**.
6. Сумма 120+135+130+145+120 = 650; /5 = **130 см**.
7. Сумма 180+165+150+145 = 640; /4 = **160 см**.

8. Сумма всех = 100·3 = 300. Известные 90+90 = 180. Третье = 300 − 180 = **120**.
9. ⭐ Сумма возрастов десяти = 12·10 = 120. С тренером: 120 + 32 = 152. Теперь людей 11. Новое среднее = 152/11 ≈ **13,8 года** (точно 13 9/11). Один взрослый заметно поднял среднее — это намёк на следующие уроки про выбросы!

Урок 8. Медиана числового набора

1. Упорядочим: 1, 3, **5**, 8, 9. Медиана = **5**.
2. Упорядочим: 4, 7, 12, 20. Центр — 7 и 12. Медиана = (7+12)/2 = **9,5**.
3. Упорядочим: 1, 2, 6, **6**, 6, 8, 9. 7 чисел, центр 4-е. Медиана = **6**.
4. Упорядочим: 5, 10, 15, 20, 25, 30. Центр — 15 и 20. Медиана = (15+20)/2 = **17,5**.
5. Упорядочим: 2, 3, 3, 4, **4**, 4, 5, 5, 5. 9 чисел, центр 5-е. Медиана = **4**.
6. Среднее = (2+3+4+5+6)/5 = 20/5 = 4. Медиана (центр из 5) = 4. **Совпали** — набор «ровный», без выбросов.
7. Среднее = (1+1+1+1+50)/5 = 54/5 = 10,8. Медиана (упорядочено, центр) = 1. Сильно отличаются, потому что **число 50 — выброс**: оно раздувает сумму (и среднее), но не влияет на серединное число — медиану.
8. Пример: 2, 6, **10**, 14, 18 (любой набор из 5 упорядоченных чисел, где центральное = 10). Принимается любой верный.
9. ⭐ Набор по возрастанию: 4, 7, x, 12 — это 4 числа (чётно), центр — 7 и x. Медиана = (7 + x)/2 = 9 → 7 + x = 18 → x = **11**. (11 действительно между 7 и 12 ✓.)

Урок 9. Наибольшее, наименьшее и размах

1. Упорядочим: 4, 7, 9, 11, 15. min = **4**, max = **15**, размах = 15 − 4 = **11**.
2. max = 300, min = 80. Размах = 300 − 80 = **220**.
3. max = 5°, min = −7°. Размах = 5 − (−7) = **12°**.

4. max = min = 6. Размах = **0** (все числа одинаковы).
5. max = 172, min = 138. Размах = 172 − 138 = **34 см**.
6. Размах = 47 − 12 = **35**.
7. min = max − размах = 35 − 20 = **15**.
8. Понедельник: max 320, min 300, размах = 20. Пятница: max 450, min 280, размах = 170. В **пятницу** больше, на 170 − 20 = **150**.
9. ⭐ Да, возможно: размах 0 → все числа одинаковы, а чтобы среднее было 10 — все равны 10: **10, 10, 10, 10, 10**. Для среднего 10 и размаха 12 подойдёт, например, **4, 8, 10, 12, 16** (сумма 50, среднее 50/5 = 10; max 16, min 4, размах 12 ✓). Принимается любой верный пример.

Урок 10. Что выбрать: среднее или медиану?

1. Выброс — **120** (остальные около 7–9).
2. Среднее = 20/5 = 4; медиана = 4. **Близки (совпадают)**, потому что выбросов нет, данные ровные.
3. Среднее = (2+3+4+5+100)/5 = 114/5 = 22,8; медиана = 4. Сильно отличаются: **выброс 100 раздул среднее**, а медиана осталась среди малых чисел.
4. Среднее = (25+27+30+28+190)/5 = 300/5 = 60; медиана: 25, 27, **28**, 30, 190 → 28. Честнее **медиана (28 тыс.)**, потому что 190 — выброс, и среднее 60 завышает реальную типичную зарплату.
5. 40 — выброс, поэтому лучше **медиана**. Упорядочим: 5, 5, 6, 6, 7, 40 (6 чисел), центр — 6 и 6, медиана = (6+6)/2 = **6 мин**.
6. Среднее = (5+5+4+5+2)/5 = 21/5 = 4,2; медиана: 2, 4, **5**, 5, 5 → 5. Сильнее всего среднее снизила **двойка** (самое маленькое значение, выброс вниз).
7. Пример: 1, 2, 3, 4, 90. Среднее = 100/5 = 20, медиана = 3. Среднее намного больше **за счёт большого выброса 90**. Принимается любой верный пример.

8. До: среднее = 150/5 = 30, медиана = 30. После (10,20,30,40,500): среднее = 600/5 = 120, медиана = 30. **Среднее выросло с 30 до 120, медиана не изменилась (30).**
9. ⭐ Лучше выбрать **медиану**. Восемь ребят 140–150 см и один 195 см: медиана (5-е из 9 упорядоченных) попадёт в диапазон 140–150 и честно покажет типичный рост. Среднее же из-за баскетболиста (выброса +195) окажется завышенным — выше роста почти всех учеников, поэтому оно хуже описывает «типичного» ученика.

Урок 11. Отклонения значений от среднего

1. $\bar{x} = (5+8+11)/3 = 24/3 = 8$. Отклонения: -3, 0, $+3$.
2. $(-3) + 0 + (+3) = 0$. Верно.
3. $\bar{x} = 40/4 = 10$. Все отклонения равны 0, сумма модулей $= 0$. Особенное: когда все числа одинаковы, разброса нет вообще.
4. $x = 50 + 12 = 62$.
5. $\bar{x} = (1+3+3+5+8)/5 = 20/5 = 4$. Отклонения: $-3, -1, -1, +1, +4$; модули $3,1,1,1,4$; сумма $= 10$.
6. Сумма всех отклонений $= 0$. Известные дают $5 - 3 - 6 = -4$. Четвёртое $= +4$.
7. $\bar{x} = (18+20+22+19+21)/5 = 100/5 = 20$. Модули отклонений: $2, 0, 2, 1, 1$. Наибольший по модулю — 18 °C и 22 °C (отклонение 2).
8. Пример ответа: 2, 4, 8, 10. Среднее $(2+4+8+10)/4 = 24/4 = 6$. Модули отклонений: $4, 2, 2, 4$, сумма $= 12$ — не подходит. Возьмём 4, 5, 7, 8: среднее $24/4=6$, модули $2,1,1,2$, сумма $=6$ — тоже нет. Подходящий вариант: 3, 5, 7, 9 — среднее 6, модули $3,1,1,3$, сумма $= 8$. ✓ (Любой набор с суммой модулей 8 и средним 6 верен.)

Урок 12. Случайная изменчивость вокруг нас

1. Примеры с изменчивостью: время до школы, число «орлов» в 10 бросках, рост измеренный рулеткой, оценка за похожие контрольные. Без изменчивости: результат $5+5$, число дней в неделе, периметр заданного прямоугольника.
2. Причины: пробки, светофоры, число пассажиров на остановках, погода, скорость водителя, ремонт дороги.
3. Примерно $120 : 6 = 20$ раз (точное число будет колебаться около 20).
4. Числа различаются из-за погрешности измерения (мелкие случайные неточности). Настоящая масса около 152–153 г.
5. Нет. Разница 0,1 с очень мала и легко объясняется случайным разбросом (старт, ветер, дорожка). Нужны повторные забеги, чтобы судить уверенно.
6. Не прав (вернее, поспешил). 6 «орлов» из 8 — вполне возможно у честной монеты, 8 бросков слишком мало. Чтобы судить, нужно много бросков (например, 200–1000).
7. Одно измерение содержит случайную погрешность; несколько измерений и их усреднение дают более надёжный результат, сглаживая случайные колебания.
8. План: бросать монету сериями (например, по 10, потом 50, потом 200 бросков), каждый раз считать долю «орлов» = (число орлов) / (число бросков). С ростом числа бросков эта доля будет всё ближе к 0,5. Можно построить таблицу: число бросков → доля орлов.

Урок 13. Группировка данных. Таблицы частот

1. Частоты: 1→3, 2→4, 3→3. Сумма $3+4+3 = 10$. ✓

Значение	1	2	3	Всего
Частота	3	4	3	10

2. Относит. частота двойки $= 4/10 = 0{,}4 = 40%$.
3. $0{,}35 \times 40 = 14$ раз.
4. $12 + ? + 9 = 30 \Rightarrow 21 + ? = 30 \Rightarrow ? = 9$.
5. Частоты: 3→3, 4→5, 5→4 (сумма 12). Относительные: $3/12 = 25%$, $5/12 \approx 41{,}7%$, $4/12 \approx 33{,}3%$. Сумма ≈ 100%.
6. Разнос (граница к правому): 11,11,12,11,12→ часть в 11–13; считаем по интервалам [11,13): 11,12,11,12,11 = 5; [13,15): 13,14,13,14 = 4; [15,17): 15 = 1. Сумма $5+4+1 = 10$. ✓

Группа (лет)	11–13	13–15	15–17	Всего
Частота	5	4	1	10

7. Сумма частот должна равняться числу опрошенных (20). 19 ≠ 20 — значит, одно значение потеряно или посчитано неверно. Нужно пересчитать данные по списку.
8. Разнос (граница к правому), [8,11): 9,10,8 = 3; [11,14): 11,13,12,11 = 4; [14,17): 14,16,15,17,14 = 5. Сумма $3+4+5 = 12$. ✓ Относительные: $3/12 = 25%$, $4/12 \approx 33{,}3%$, $5/12 \approx 41{,}7%$, сумма ≈ 100%.

Группа (см)	8–11	11–14	14–17	Всего
Частота	3	4	5	12

Урок 14. Частота значения. Гистограмма

1. Ростом ниже 150 см: группы 140–145 (2) и 145–150 (5), итого $2 + 5 = 7$ учеников.
2. Группа 150–155: частота 8, объём 20. Доля $= 8/20 = 0{,}4 = 40%$.
3. Интервалы идут подряд без разрывов (конец одного = начало следующего), поэтому столбики касаются друг друга; зазор означал бы пропуск данных, которого нет.

4. а) гистограмма (числовые интервалы); б) столбиковая (категории — названия мультфильмов); в) столбиковая (оценки 2,3,4,5 — отдельные категории/значения, обычно с зазорами).
5. Объём $= 2 + 6 + 7 + 3 = 18$. Самый высокий столбик — группа 8–12 (частота 7).
6. Четыре столбика без зазоров высотой 2, 6, 7, 3; по горизонтали интервалы 0–4, 4–8, 8–12, 12–16. (Проверь: пик на 8–12.)
7. Дольше 15 минут: группы 15–20 (3) и 20–25 (2), итого $3 + 2 = 5$ учеников. Объём $4+7+3+2 = 16$. Доля $= 5/16 \approx 0{,}31 = 31\%$.
8. Проверка: сумма частот по группам должна равняться 12. Самая большая группа — та, где столбик выше всех (зависит от твоих данных).

Урок 15. Примеры случайной изменчивости

1. Среднее: $(151+153+152+152)/4 = 608/4 = 152$ г.
2. $400 \times 0{,}5 = 200$ раз (примерно).
3. $300 \times \dfrac{1}{6} = 50$ раз (примерно).
4. При 10 бросках случайный разброс большой, доля легко уходит от 0,5. При 1000 бросках работает устойчивость частот: колебания малы, доля приближается к вероятности 0,5.
5. Надёжнее 0,505 — оно получено после 2000 бросков; чем больше повторений, тем устойчивее и точнее частота.
6. Ожидалось около $60 : 6 = 10$ выпадений «1», а вышло 25 — намного больше. При 60 бросках такое сильное отклонение подозрительно: кубик, вероятно, нечестный.
7. Например: рост людей, вес людей, размер обуви, время реакции, результаты измерения одной величины прибором.
8. У каждого получатся свои три доли. Обычно они колеблются вокруг 0,5, но могут заметно от неё отличаться. 30 бросков мало, потому что устойчивость

частот проявляется лишь при больших числах повторений (сотни и тысячи).

Урок 16. Граф: вершины и рёбра

1. Например: а) люди — друзья в соцсети, игроки в команде, родственники; б) места — города на карте дорог, станции метро, комнаты в квартире с дверями между ними.

2. Получается **четырёхугольник** (квадрат): П–Р–С–Т–П, замкнутая цепочка из четырёх вершин.

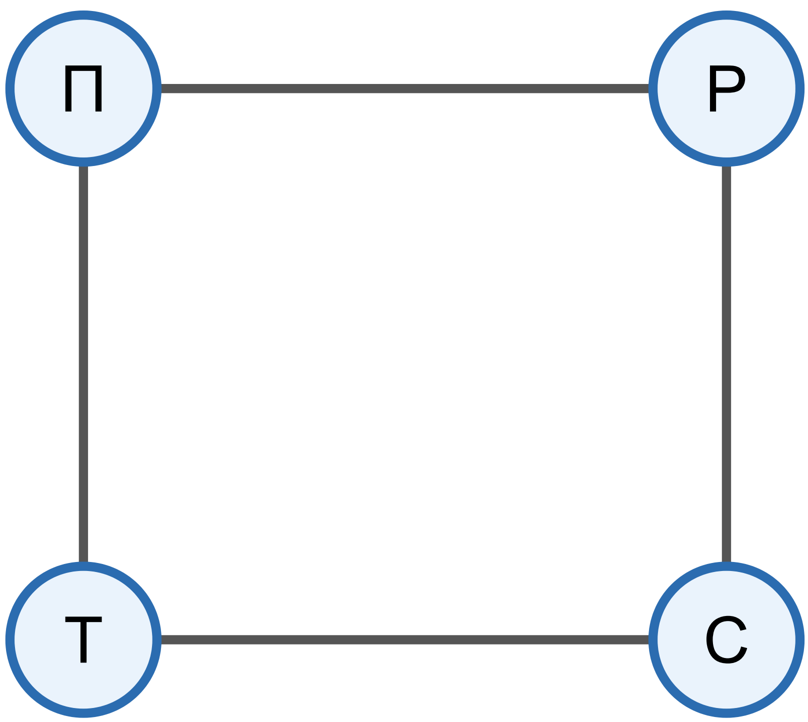

Рис. 5. Ответ к заданию 2

3. Рёбра рисунка 4: Ор–Ту, Ор–Ту (второе, кратное), Ту–Ка. Итого 3 ребра.

4. Вершин **4** («Звёзды», «Кометы», «Луны», «Орбита»). Рёбер **3**: Звёзды–Кометы, Кометы–Луны, Луны–Звёзды. «Орбита» — отдельная вершина без рёбер.

5. Рёбер **6**. Пары: 1–2, 1–3, 1–4, 2–3, 2–4, 3–4. Граф — четыре вершины, соединённые «все со всеми» (внутри ещё две диагонали).

6. Петля соединяет вершину саму с собой (одна линия-кружок у одной точки). **Кратные рёбра** — несколько линий между *двумя разными* вершинами. Пример: см. рисунок 2.

7. Да, это **один и тот же граф**. Расположение вершин и форма линий не важны — важны только связи. Если набор рёбер совпадает, граф тот же.

8. Рукопожатий **15**. Считаем пары из 6 человек: первый жмёт руку 5 другим, остаётся 5 не сосчитанных пар у второго, 4 у третьего и т. д.: 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15. (Каждое рукопожатие — это ребро между двумя вершинами; всего рёбер 15.)

Урок 17. Степень вершины

1. deg(К) = 3, deg(Л) = 2, deg(М) = 3, deg(Н) = 2. Сумма = 10.

2. Сумма степеней = 2 × 9 = **18**.

3. Рёбер = 20 ÷ 2 = **10**.

4. Да. Нечётных вершин 0 (все степени чётные), сумма 8 = 2 × 4, рёбер 4. Это просто четырёхугольник (цикл из 4 вершин):

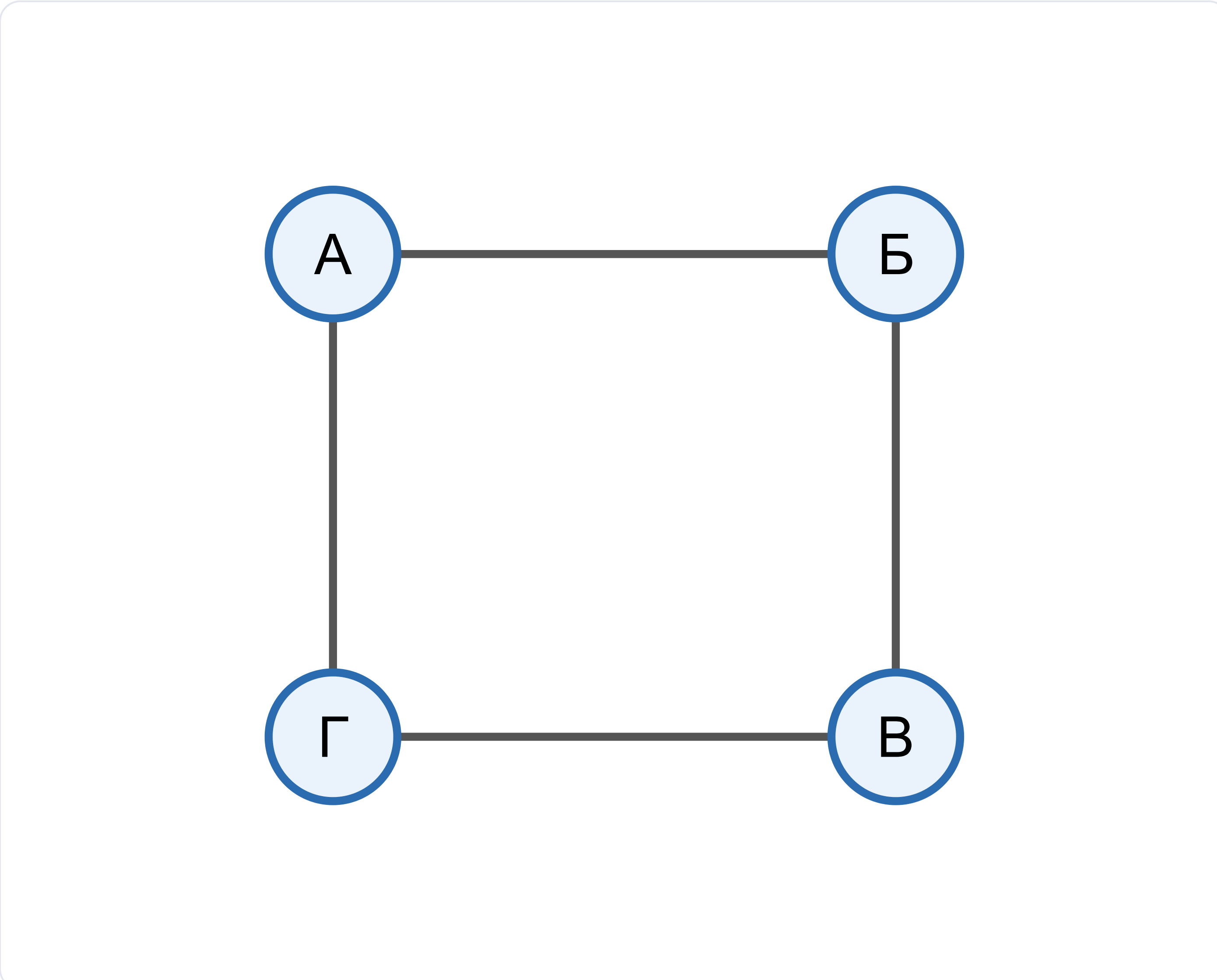

Рис. 3. Ответ к заданию 4

5. Нет. Степени 1, 1, 1 — все три нечётные, значит нечётных вершин 3, а это нечётное число. Противоречит правилу. (Заодно: сумма 1+1+1 = 3 не делится на 2, рёбер «полтора» не бывает.)

6. Нет. Это были бы 25 вершин степени 5 (нечётной). Нечётных вершин получилось бы 25 — нечётное число, чего быть не может.

7. Например, центральная вершина Ц соединена со всеми четырьмя (степень 4), а внешние вершины соединены попарно: А–Б и Г–В. Тогда у каждой внешней вершины степень 2 (одно ребро к центру и одно — к соседу):

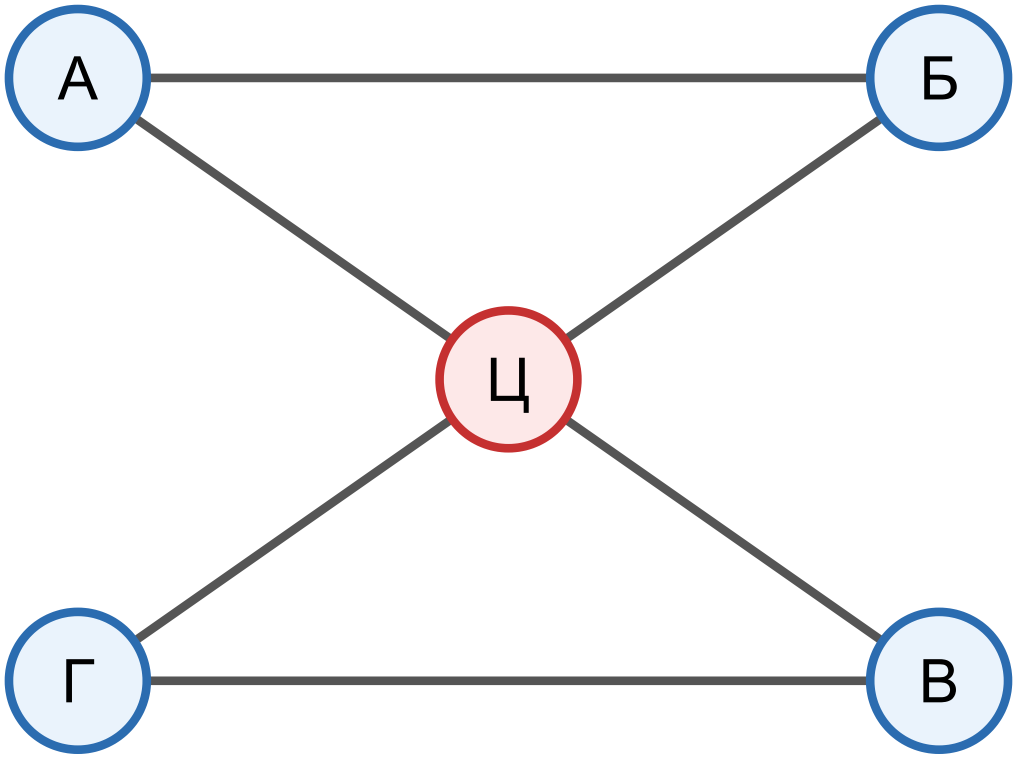

Рис. 4. Ответ к заданию 7: центр Ц степени 4, остальные степени 2

Проверка: 2 + 2 + 2 + 2 + 4 = 12 = 2 × 6. Рёбер ровно 6: четыре «спицы» к центру (Ц–А, Ц–Б, Ц–В, Ц–Г) и два ребра между внешними вершинами (А–Б и Г–В). ✓

8. Степень пятой вершины = **2**. *Способ 1 (лемма).* Всего рёбер 5, значит сумма степеней = 2 × 5 = 10. Сумма четырёх известных: 1 + 3 + 2 + 2 = 8. Тогда пятая = 10 − 8 = 2. *Способ 2 (чётность).* Среди известных нечётные степени — 1 и 3, это 2 вершины (чётно). Чтобы число нечётных осталось чётным, пятая степень должна быть чётной — и значение 2 как раз чётное, подходит.

Урок 18. Пути и циклы

1. Например: Б → В → Д и Б → А → Д. (Оба пути идут по существующим рёбрам.)

2. Например: Д → А → Б → В → Д (или в обратную сторону Д → В → Б → А → Д). Все рёбра существуют, старт и финиш — Д.

3. Несвязный. Краска из П: П → Р → С (и обратно), но Т остаётся белой — к ней нет рёбер. Компонент связности **2**: {П, Р, С} и {Т}.

4. Например, «звезда» или цепочка — любой связный граф без колец. Цепочка А–Б–В–Г подойдёт:

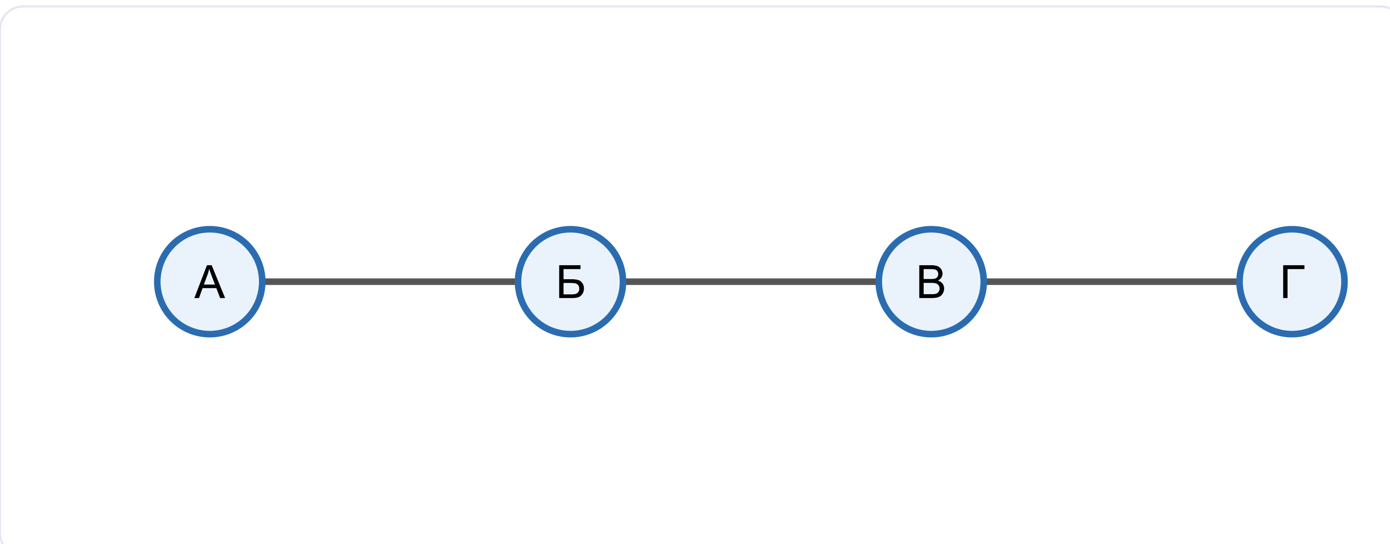

Рис. 4. Ответ к заданию 4: связная цепочка без циклов

5. Квадрат А–Б–В–Г–А: цикл проходит через все четыре вершины.

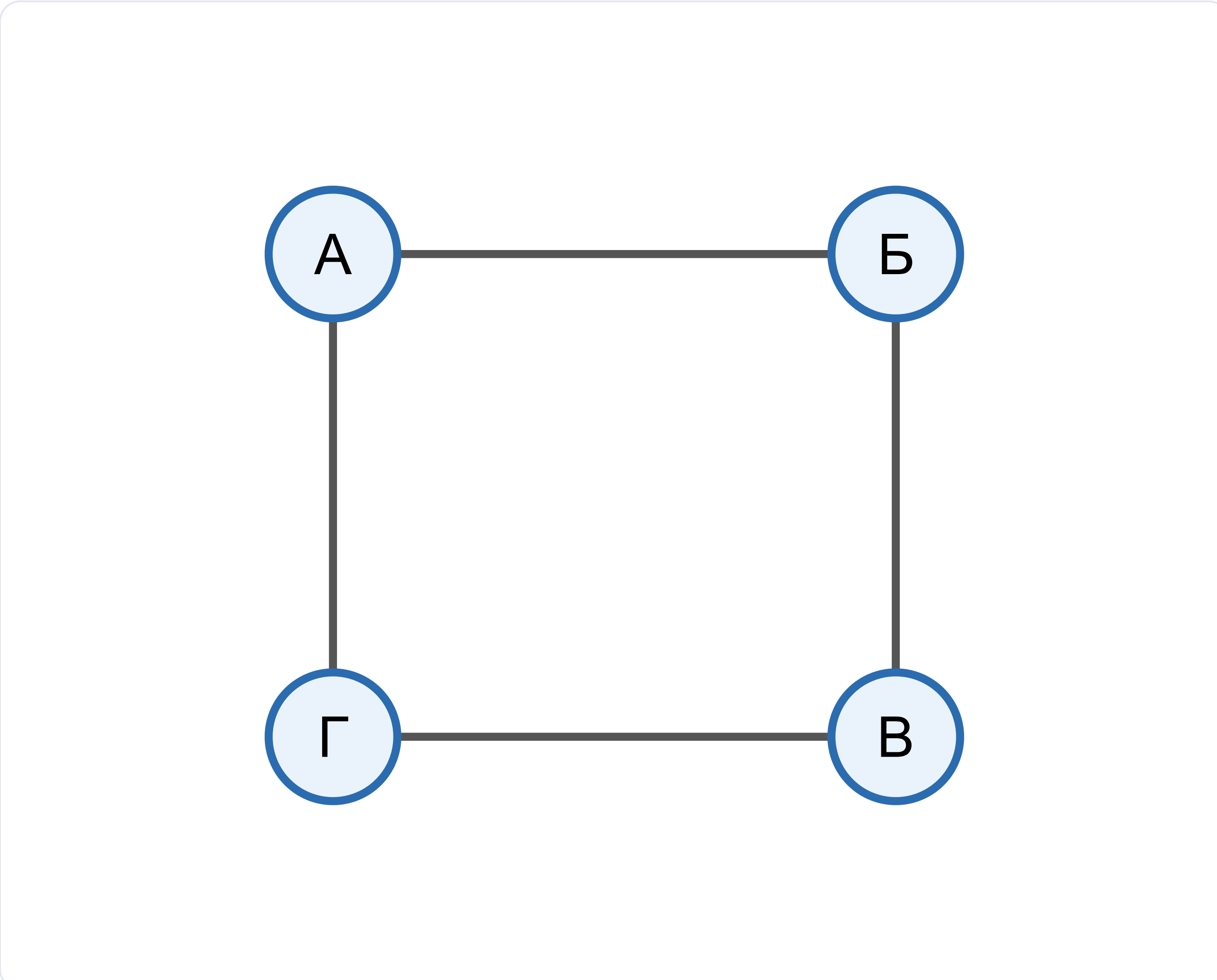

Рис. 5. Ответ к заданию 5: цикл А → Б → В → Г → А

6. Несвязный. Шаги: краска из А → закрасим Б → закрасим В (через Б). Соседей больше нет. Г и Д остались белыми (они связаны между собой, но не с А, Б, В). Компоненты: {А, Б, В} и {Г, Д}.

7. Потому что путь А → Б → А проходит по ребру А–Б **дважды** (туда и обратно). В цикле каждое ребро используется не более одного раза, поэтому это не цикл.

8. Наименьшее число рёбер — **4**. Чтобы связать 5 вершин, нужно минимум 4 ребра (на одно меньше, чем вершин). Пример — цепочка А–Б–В–Г–Д. Меньшим числом рёбер все 5 вершин не соединить. (Это, кстати, ровно дерево из 5 вершин — об этом следующий урок!)

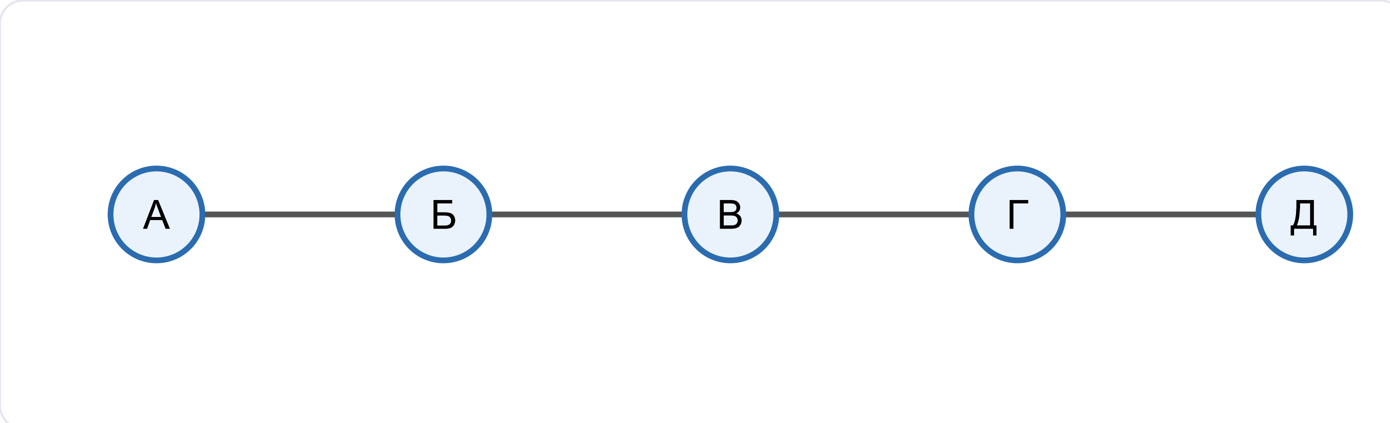

Рис. 6. Ответ к заданию 8: связный граф из 5 вершин с 4 рёбрами

Урок 19. Деревья

1. Рёбер = 20 – 1 = **19**.

2. Вершин = 30 + 1 = **31**.

3. Нет. У дерева из 8 вершин должно быть ровно 8 – 1 = 7 рёбер, а тут 10. Лишние рёбра означают, что есть цикл, — значит, это не дерево.

4. Например, «звезда»: центр соединён с четырьмя вершинами. Рёбер ровно 4 = 5 – 1. ✓

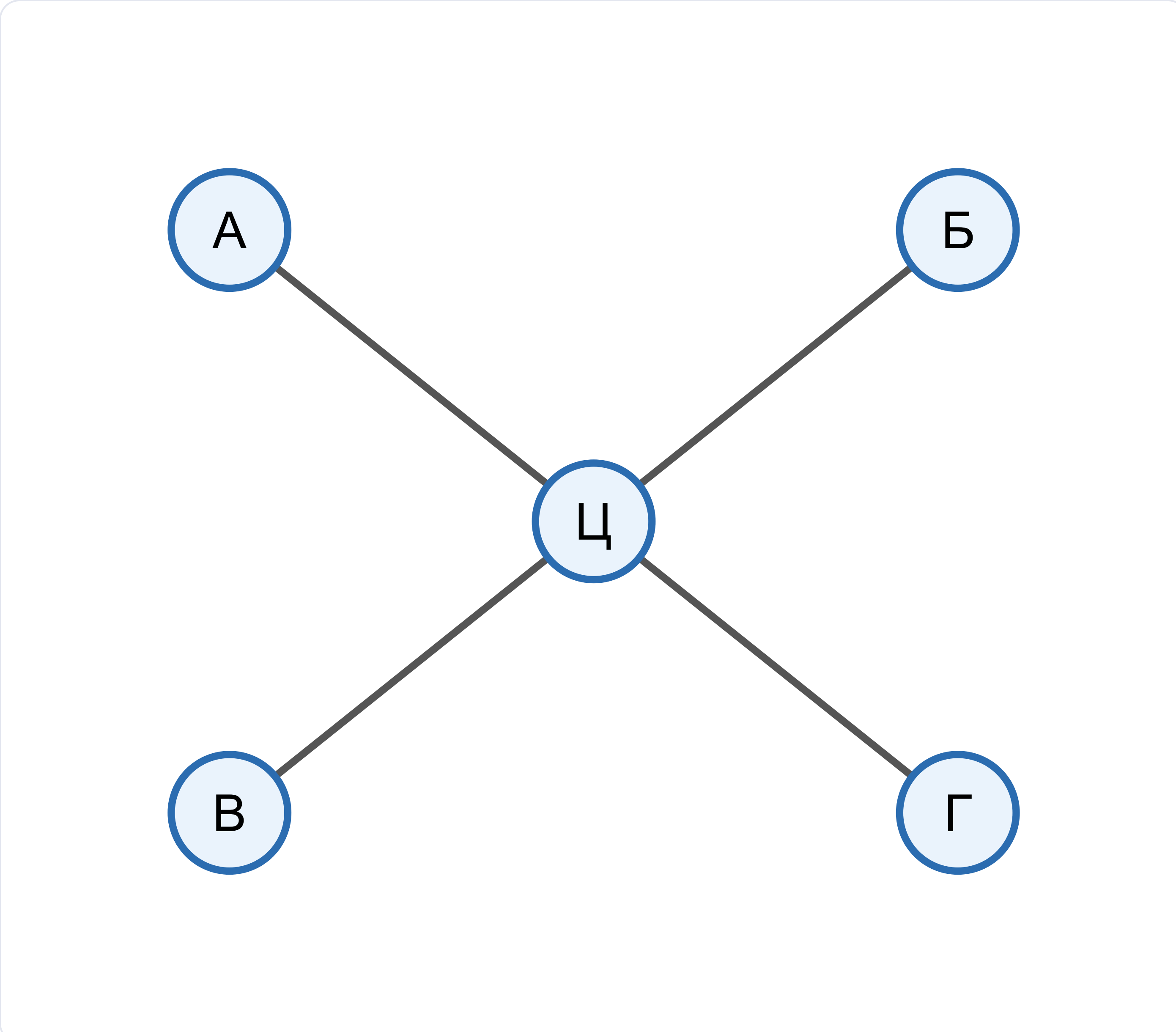

Рис. 4. Ответ к заданию 4: дерево-«звезда» из 5 вершин и 4 рёбер

5. Рёбер **6** (это дерево из 7 вершин: 7 – 1 = 6). Например: ты соединён с мамой и папой (2 ребра), мама — со своими родителями (2 ребра), папа — со своими (2 ребра).

6. Исходов **8**. Каждый бросок удваивает число веток: 2 → 4 → 8. (ООО, ООР, ОРО, ОРР, РОО, РОР, РРО, РРР.)

7. В дереве от любой вершины к любой другой ведёт ровно **один** путь. Если есть цикл, то между какими-то двумя вершинами появляется **два разных** пути (по кольцу можно обойти и так, и эдак). Это противоречит определению дерева, поэтому граф с циклом деревом быть не может.

8. Обедов **8** (2 × 2 × 2 = 8). Дерево: на первом уровне 2 ветки (борщ/щи), на втором — по 2 (котлета/рыба), на третьем — по 2 (сок/компот). «Листьев» на концах **8**. Например: борщ-котлета-сок, борщ-котлета-компот, борщ-рыба-сок, борщ-рыба-компот, щи-котлета-сок, щи-котлета-компот, щи-рыба-сок, щи-рыба-компот.

Урок 20. Применение графов

1. Например, Г → Д → Б → В — **3** перегона. (Можно и Г → Д → Е → Ж → В, но это длиннее.)

2. Наибольшая степень у вершины **Д** (соединена с Г, Б, Е — степень 3) и у **Б** (соединена с А, В, Д — тоже степень 3). Для пассажира это пересадочные узлы: через них проходит больше всего маршрутов.

3. Да. Например, А → Б → Д → Е (3 перегона) или А → Б → В → Ж → Е.

4. Вариантов **8** (2 × 4). Дерево: на первом уровне 2 ветки (пицца), от каждой по 4 ветки (напиток), на концах 8 листьев.

5. Дорог **5** (6 – 1). Такой граф — **дерево** (связный, минимум рёбер, без циклов).

6. Завтраков **12**: 2 (каша) × 3 (добавка) × 2 (напиток) = 12. Дерево: 2 ветки → каждая на 3 → каждая ещё на 2; на концах 2 × 3 × 2 = 12 листьев.

7. Например, квадрат из 4 станций (А–Б–В–Г–А) — один цикл. Деревом он **не является**, потому что в дереве не может быть циклов (и рёбер было бы 3, а тут 4).

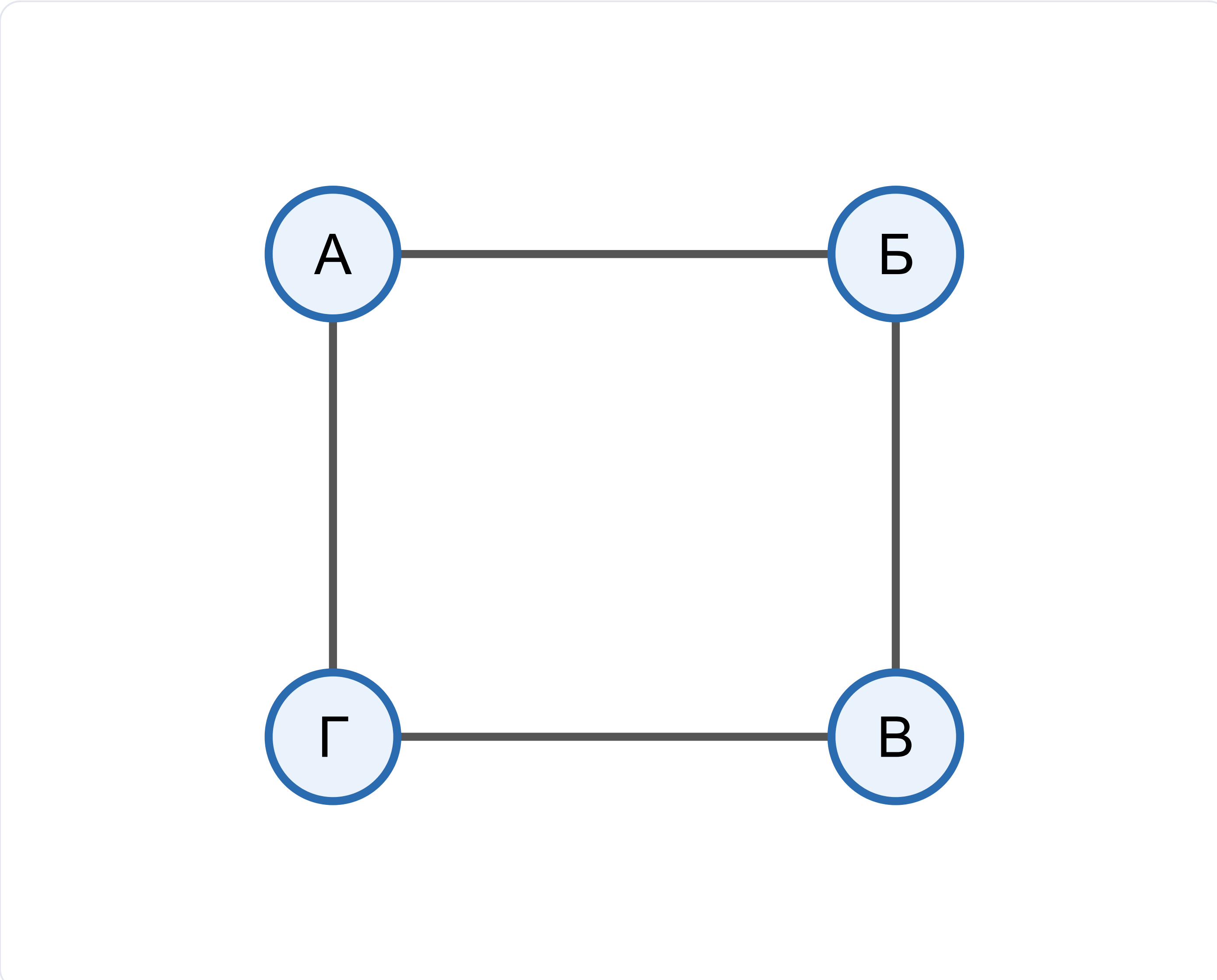

Рис. 4. Ответ к заданию 7: схема с одним циклом — не дерево

8. Маршрутов **2**:

- Д → А → В → Ш (3 перегона);
- Д → Б → В → Ш (3 перегона). Оба одинаковой длины — по 3 перегона, оба самые короткие.

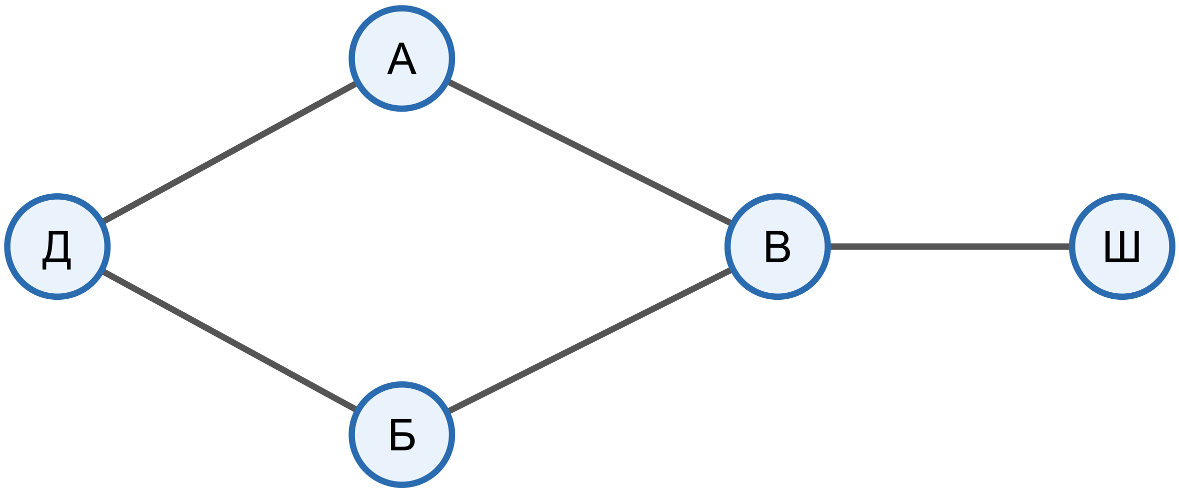

Рис. 5. Ответ к заданию 8: граф дорог от дома Д до школы Ш

Урок 21. Случайные опыты (эксперименты) и случайные события

1. Случайные опыты: **а, в**. (б — всегда 56; г — вода польётся всегда.)
2. Шесть исходов: **1, 2, 3, 4, 5, 6**.
3. Например, «выпал орёл» и «выпала решка» (подойдут любые два разумных события).
4. Чётные на кубике: **2, 4, 6** — три исхода.
5. Исходов столько же, сколько шаров: **5**.
6. Меньше 3 — это **1 и 2**, два исхода.
7. Например, «выпало нечётное число» (исходы 1, 3, 5) или «выпало число больше 3» (4, 5, 6).
8. ⭐ Четыре исхода: **ОО, ОР, РО, РР** (О — орёл, Р — решка; первая буква — первая монета, вторая — вторая).

Урок 22. Виды событий: достоверные, невозможные, случайные

1. **Случайное** (4 может выпасть, а может нет).
2. **Достоверное** (все числа на кубике больше 0).
3. **Невозможное** (числа 9 на кубике нет).
4. **Случайное** (зависит от погоды).
5. **Невозможное** (в Антарктиде зимой сильный мороз).
6. «Выпала решка».
7. «Выпало число не больше 4», то есть 1, 2, 3 или 4.
8. Например, достоверное: «при броске кубика выпало число от 1 до 6»; невозможное: «выпало число 100».
9. ⭐ Достоверное: «достали красный или синий шар»; невозможное: «достали зелёный шар»; случайное: «достали красный шар».

Урок 23. Частота случайного события

1. 53 ÷ 100 = **0,53**.
2. 7 ÷ 50 = **0,14**, то есть **14%**.
3. 18 ÷ 25 = **0,72** (72%).
4. 0,4 × 200 = **80 раз**.
5. 15 ÷ 500 = 0,03 = **3%**.
6. Частота приближается к **0,5** (вероятность орла).
7. 12 ÷ 30 = **0,4** (40%).
8. ⭐ **Не права.** Монета не помнит прошлых бросков, у седьмого броска орёл и решка по-прежнему равновозможны (по 0,5). Шесть орлов подряд —

редкость, но это не «обязывает» монету выдать решку.

Урок 24. Вероятность события. Шкала вероятностей

1. Можно: **а) 0,3** и **в) 1** (оба от 0 до 1). Нельзя: б) –0,2 (меньше 0) и г) 2 (больше 1).
2. Достоверное — **1**, невозможное — **0**.
3. 40% = **0,4**; 5% = **0,05**; 100% = **1**; 50% = **0,5**.
4. 0,03 близко к 0 → **маловероятное**.
5. По возрастанию: снег в Сочи (0,01), решка (0,5), солнце взойдёт (≈1).
6. Шкала от 0 до 1; точка 0,5 — ровно посередине, точка 0,8 — между серединой и правым концом, ближе к 1.
7. а) «50 на 50», бывает примерно в половине случаев; б) практически достоверное, почти наверняка; в) маловероятное, вряд ли.
8. 85% = **0,85**; событие практически достоверное (скорее придёт вовремя).
9. ⭐ Например, маловероятное: «найти на улице кошелёк с деньгами» (≈0,001); практически достоверное: «в школе завтра будет урок математики» (≈0,98). (Точные числа могут отличаться — важно, что одно близко к 0, другое к 1.)

Урок 25. Равновозможные исходы

1. Исходы: орёл, решка. Их **2**. Монета честная → они равновозможные.
2. Карточки: М, А, М, А — это **4** карточки (4 исхода). Карточки одинаковые → исходы равновозможные. (А вот буквы только две разные — М и А — но карточек именно 4.)
3. Исходов **6** (шары с номерами 1–6). Шары одинаковы на ощупь → равновозможные.
4. Числа больше 3: 4, 5, 6 → благоприятствующих исходов **3**.
5. Благоприятствующий исход один — выпала 1 (**m = 1**). Всего исходов **6**.

6. Сами фрукты тянутся равновозможно (5 исходов). Но яблок 4, груша 1 → событию «яблоко» благоприятствует 4 исхода, «груше» — 1. Значит, события **НЕ равновозможны**: яблоко достать намного легче.
7. ООО, ООР, ОРО, ОРР, РОО, РОР, РРО, РРР — всего **8** исходов.
8. **Нет.** Кнопка не симметрична, её форма «кривая», поэтому шансы упасть тем или иным способом разные. Равновозможность нарушена.
9. Всего исходов **36**. Тузов 4 → событию «туз» благоприятствует **4** исхода. Карт червовой масти 9 → событию «черва» благоприятствует **9** исходов.

Урок 26. Вычисление вероятностей

1. $N=2$, $m=1$ → $P(\text{решка}) = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50%$.
2. а) $P(3) = \frac{1}{6} \approx 17%$. б) нечётные 1, 3, 5 → $m=3$, $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50%$.
3. Числа больше 4: 5 и 6 → $m=2$, $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 33%$.
4. $N=8$, зелёных $m=3$ → $P = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5%$.
5. $N=36$, $m=4$ → $P(\text{король}) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \approx 0{,}11 \approx 11%$.
6. $N=20$, чётных номеров 10 → $P = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 50%$.
7. Все 6 исходов подходят: $P = \frac{6}{6} = 1$. Событие **достоверное**.
8. Исходы ОО, ОР, РО, РР ($N=4$), «обе решки» — только РР ($m=1$) → $P = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25%$.
9. Не тузов: $36 - 4 = 32$ → $m=32$, $P = \frac{32}{36} = \frac{8}{9} \approx 0{,}89 \approx 89%$.
10. Всего учеников $12+13=25$ ($N=25$). а) $P(\text{девочка}) = \frac{12}{25} = 0{,}48 = 48%$. б) $P(\text{мальчик}) = \frac{13}{25} = 0{,}52 = 52%$. Сумма: $\frac{12}{25}+\frac{13}{25} = \frac{25}{25} = 1$. Получилась единица, потому что вызовут либо девочку, либо мальчика — кого-то точно (достоверное событие).

Урок 27. Итоговое повторение за 7 класс

1. $(6+8+7+9+10):5 = 40:5 = \textbf{8}$.
2. Упорядочим: 7, 7, 9, 12, 15, 20. Чисел 6 (чётно), два центральных — 9 и 12, медиана $=(9+12):2 = 10{,}5$. Размах $= 20 - 7 = 13$.
3. В слове «СТАТИСТИКА» 10 букв, «Т» встречается 3 раза (С-**Т**-А-**Т**-И-С-**Т**-И-К-А). Частота **3**, относительная частота $\frac{3}{10}=30\%$.
4. Доля «море»: $\frac{9}{30} = \frac{3}{10} = \textbf{30\%}$.
5. Всего учеников: $3+6+8+5 = \textbf{22}$. Чаще всего — оценка **«4»** (8 человек, самый высокий столбик).
6. Рукопожатия — это рёбра графа «каждый с каждым» из 5 вершин: пары (1-2), (1-3),(1-4),(1-5),(2-3),(2-4),(2-5),(3-4),(3-5),(4-5) → **10 рукопожатий**.
7. Исходы ОО, ОР, РО, РР ($N=4$). Ровно один орёл — ОР и РО ($m=2$) → $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$.
8. Числа больше 2: 3, 4, 5, 6 → $m=4$, $N=6$ → $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 67\%$.
9. Всего шаров $5+3+2=10$. Не красных: $3+2=5$ → $P = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 50\%$.
10. Картинок: валеты 4 + дамы 4 + короли 4 $= 12$ → $P = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \approx 33\%$.
11. Среднее: $(3+6+2+6+3):5 = 20:5 = \textbf{4}$. Размах $= 6 - 2 = 4$. Вероятность шестёрки при новом броске: $P(6) = \frac{1}{6} \approx 17\%$ (прошлые броски на неё не влияют — кубик «не помнит» прошлого!).
12. $N=10$. а) чётные 2,4,6,8,10 → $m=5$, $P = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 50\%$. б) кратные 3: 3,6,9 → $m=3$, $P = \frac{3}{10} = 30\%$. в) среднее $(1+2+\dots+10):10 = 55:10 = 5{,}5$. г) ряд 1..10 упорядочен, центральные 5 и 6 → медиана $\frac{5+6}{2}=5{,}5$; размах $10-1=9$.