

# Урок 1. Множества


Вероятность и статистика, 7 класс · Введение. Множества · ~45 минут

## Что ты узнаешь

- Что такое **множество** и из чего оно состоит
- Как записывать множества математическим языком (значки  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subset$ )
- Что такое **пустое множество** и **подмножество**
- Как находить **пересечение** и **объединение** множеств
- Как рисовать **круги Эйлера-Венна** — и сразу видеть ответ глазами

## Разбираемся в теме

Представь свой шкаф. На одной полке — футболки, на другой — носки, на третьей — учебники (ну ладно, учебники где-то под кроватью). Каждая полка — это **набор похожих вещей, собранных вместе**. Поздравляю: ты только что подумал про множества и даже не вспотел.

 **Запомни: Множество** — это совокупность каких-то объектов, собранных вместе. Сами объекты называются **элементами** множества.

Множества обозначают большими латинскими буквами, а их элементы перечисляют в фигурных скобках  $\{ \}$ .

Например, множество дней недели:

$$D = \{\text{Пн}, \text{Вт}, \text{Ср}, \text{Чт}, \text{Пт}, \text{Сб}, \text{Вс}\}$$

Множество гласных букв в слове «математика»:

$$A = \{\text{a}, \text{e}, \text{и}\}$$

Заметил хитрость? В слове «математика» буква «а» встречается три раза, но в множестве мы пишем её **один раз**. Множеству всё равно, сколько раз ты

повторишь элемент — он там либо есть, либо нет.

**⚠ Частая ошибка:** записывать  $\{a, a, a, e, и\}$ . В множестве каждый элемент учитывается только один раз, и порядок не важен:  $\{a, e, и\}$  и  $\{и, a, e\}$  — одно и то же множество.

## Значки «принадлежит» и «не принадлежит»

Чтобы не писать каждый раз «элемент входит в множество», математики придумали короткие значки.

- $\in$  читается «принадлежит» (элемент входит в множество).
- $\notin$  читается «не принадлежит».

Если  $A = \{\text{a}, \text{e}, \text{и}\}$ , то:

- $\text{a} \in A$  (буква «а» принадлежит множеству A — да, она там есть)
- $\text{o} \notin A$  (буквы «о» в множестве нет)

**💡 Лайфхак:** значок  $\in$  похож на букву «Э» от слова «Элемент». Запомнил — и больше не путаешь, в какую сторону он смотрит.

## Пустое множество

А бывает множество, в котором вообще нет ни одного элемента! Например, множество учеников твоего класса ростом выше 3 метров. Таких нет (надеюсь). Это **пустое множество**.

**📌 Запомни:** Пустое множество не содержит ни одного элемента. Обозначается значком  $\emptyset$  (или пустыми скобками  $\{ \}$ ).

**🕒 Попробуй сам:** придумай ещё одно пустое множество из жизни. (Например, «месяцы, в которых 35 дней».)

## Подмножество

Возьмём множество всех учеников твоего класса — назовём его  $K$ . А внутри него можно выделить множество девочек — назовём его  $G$ . Каждая девочка из  $G$  точно есть и в  $K$ . Значит,  $G$  — это **часть** множества  $K$ , или, по-научному, **подмножество**.

**Запомни:** Множество  $G$  называется **подмножеством** множества  $K$ , если каждый элемент  $G$  является элементом  $K$ . Записывают:  $G \subset K$  (читается « $G$  является подмножеством  $K$ »).

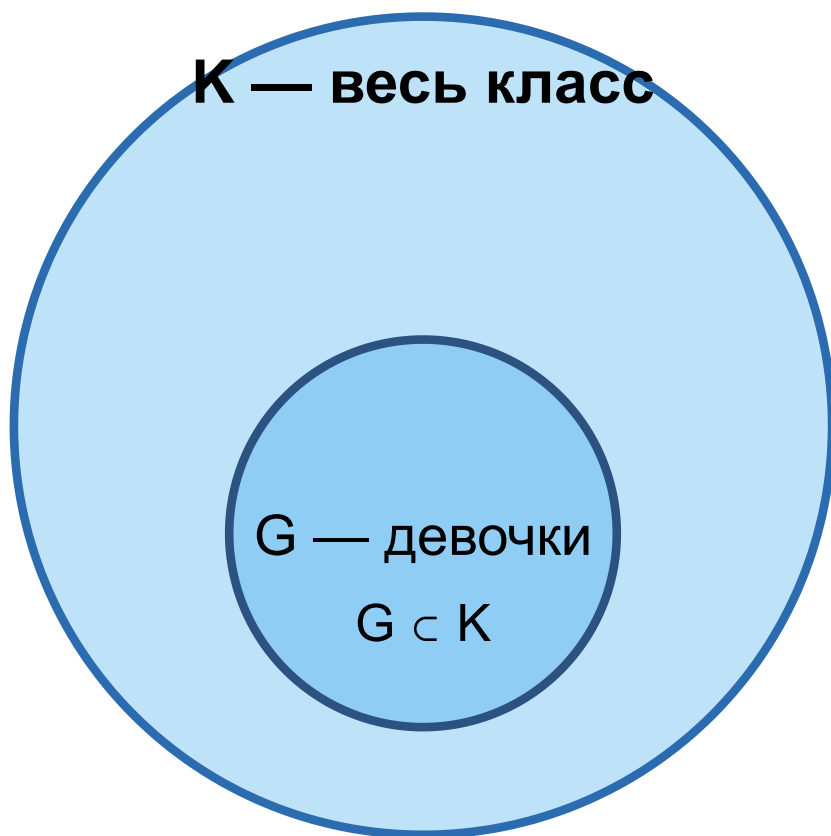


Рис. 1. Множество девочек — подмножество класса


## Пересечение и объединение

А теперь самое интересное. Представь два кружка по интересам: **футбол** и **шахматы**.


- Множество  $F$  — те, кто ходит на футбол.
- Множество  $Sh$  — те, кто ходит на шахматы.

Есть ребята, которые ходят **и туда, и туда** (умники и спортсмены одновременно). А есть те, кто ходит хотя бы в один из кружков.

**Пересечение** ( $\cap$ ) — это элементы, которые есть **в обоих** множествах сразу.

 **Запомни: Пересечение**  $A \cap B$  — множество элементов, принадлежащих и  $A$ , и  $B$  одновременно. Значок  $\cap$  похож на крышу — «общая крыша для обоих».

**Объединение** ( $\cup$ ) — это все элементы из обоих множеств вместе (если кто-то есть в обоих, считаем его один раз).

 **Запомни: Объединение**  $A \cup B$  — множество элементов, принадлежащих  $A$  **или**  $B$  (хотя бы одному из них). Значок  $\cup$  — как чашка, в которую насыпали всё вместе.

Эти отношения удобно рисовать **кругами Эйлера-Венна**: каждое множество — круг, а пересечение — область, где круги налегают друг на друга.

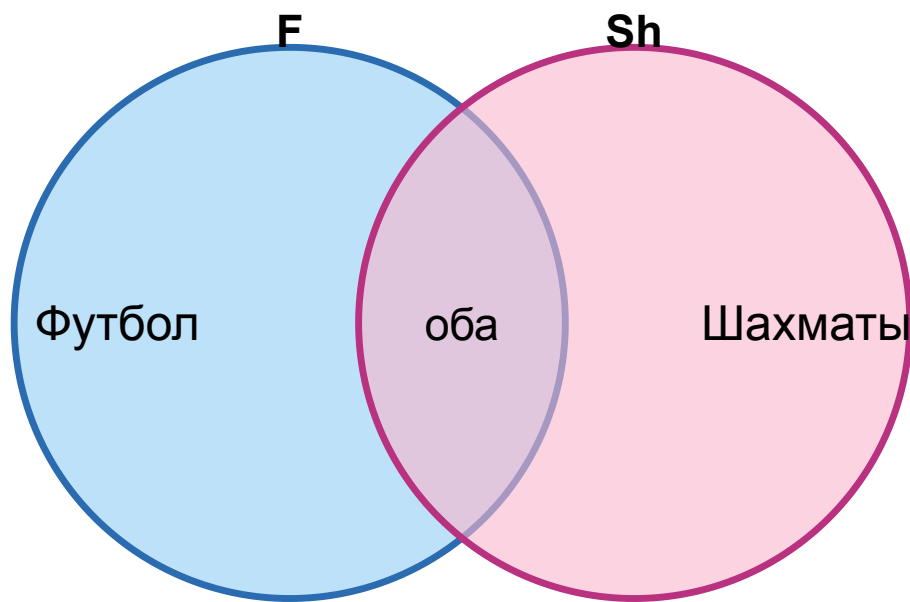


Рис. 2. Круги Эйлера-Венна: пересечение — область «оба»

🤔 **А знаешь ли ты?** Эти кружочки придумал английский логик Джон Венн ещё в 1880 году, а до него похожие рисунки использовал великий математик Леонард Эйлер. Поэтому их и называют двойным именем — Эйлера-Венна.

🕒 **Попробуй сам:**  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ . Чему равно  $A \cap B$ ? А  $A \cup B$ ?

### 👉 Разбор примеров

**Пример 1.** Дано множество  $M = \{2, 4, 6, 8\}$ . Верно ли, что: а)  $4 \in M$ ; б)  $5 \in M$ ; в)  $8 \notin M$ ?

*Решение.*

- а) Число 4 есть в множестве  $\rightarrow 4 \in M$  — **верно**.
- б) Числа 5 в множестве нет  $\rightarrow 5 \notin M$  — **неверно** (правильно  $5 \notin M$ ).
- в) Число 8 есть в множестве  $\rightarrow 8 \notin M$  — **неверно** (правильно  $8 \in M$ ).

**Пример 2.** Выпиши все элементы множества букв в слове «колокол».

*Решение.* В слове встречаются буквы: к, о, л, о, к, о, л. Убираем повторы и записываем каждую один раз:

$$B = \{\text{к}, \text{о}, \text{л}\}$$

В множестве **3 элемента**.

**Пример 3.**  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$ . Является ли  $B$  подмножеством  $A$ ?

*Решение.* Проверяем каждый элемент  $B$ : число 2 есть в  $A$  ✓, число 4 есть в  $A$  ✓, число 6 есть в  $A$  ✓. Все элементы  $B$  принадлежат  $A$ , значит,  $B \subset A$  — **да, является**.

**Пример 4.**  $X = \{\text{кот}, \text{пёс}, \text{хомяк}\}$ ,  $Y = \{\text{пёс}, \text{хомяк}, \text{попугай}\}$ . Найди  $X \cap Y$ .

*Решение.* Пересечение — то, что есть **и там, и там**. Общие элементы: пёс и хомяк.

$$X \cap Y = \{\text{пёс}, \text{хомяк}\}$$

**Пример 5.** Для тех же множеств найди  $X \cup Y$ .

*Решение.* Объединение — всё вместе, повторы считаем один раз. Из  $X$ : кот, пёс, хомяк. Добавляем из  $Y$  то, чего ещё нет: попугай.

$$X \cup Y = \{\text{кот}, \text{пёс}, \text{хомяк}, \text{попугай}\}$$

В объединении **4 элемента**.

**Пример 6.** В классе 30 человек. Английский учат 18, немецкий — 15, а оба языка — 6 человек. Сколько человек учат хотя бы один язык? Нарисуй круги Эйлера.

*Решение.* В пересечении (оба языка) — 6 человек. Тогда:

- только английский:  $18 - 6 = 12$
- только немецкий:  $15 - 6 = 9$
- хотя бы один язык:  $12 + 6 + 9 = 27$  человек.

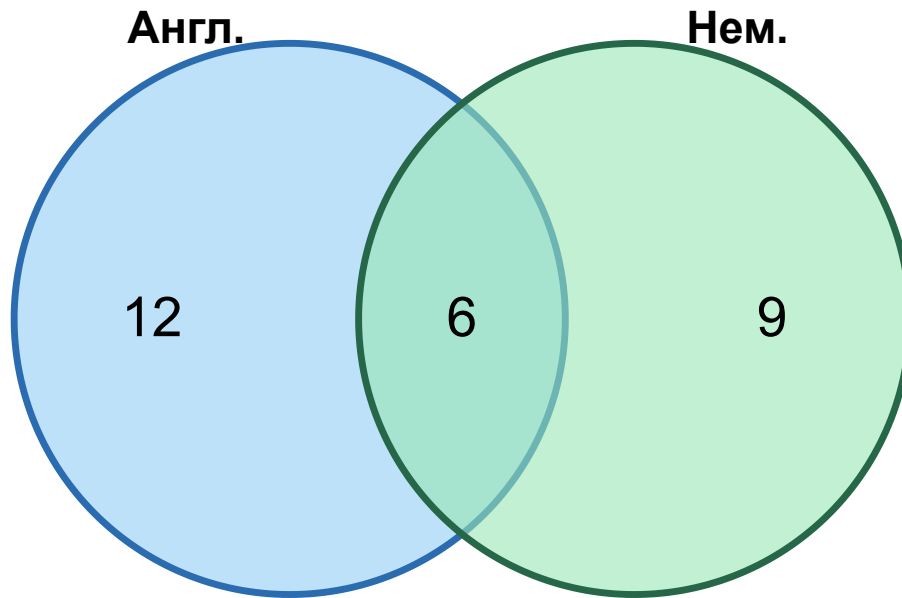


Рис. 3. Кто какой язык учит



### Запомни главное

- **Множество** — набор объектов (элементов), записывается в  $\{ \}$ ; порядок и повторы не важны.
- $\in$  — принадлежит,  $\notin$  — не принадлежит.
- $\emptyset$  — пустое множество, в нём нет элементов.
- $A \subset B$  —  $A$  подмножество  $B$  (все элементы  $A$  есть в  $B$ ).
- **Пересечение**  $A \cap B$  — что есть в обоих сразу («крыша»).
- **Объединение**  $A \cup B$  — всё вместе («чашка»).
- **Круги Эйлера-Венна** помогают увидеть всё это глазами.



### Домашнее задание

1. Запиши множество всех чётных чисел от 1 до 10.

2. Выпиши элементы множества букв в слове «барабан». Сколько их?
3. Дано  $A = \{3, 6, 9, 12\}$ . Верно или нет: а)  $6 \in A$ ; б)  $7 \in A$ ; в)  $12 \notin A$ ?
4. Приведи свой пример пустого множества.
5.  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Q = \{2, 4\}$ . Является ли  $Q$  подмножеством  $P$ ? Запиши значком.
6.  $A = \{5, 10, 15, 20\}$ ,  $B = \{10, 20, 30\}$ . Найди  $A \cap B$ .
7. Для тех же множеств найди  $A \cup B$ . Сколько в нём элементов?
8. В команде 20 ребят. Плавают 12, бегают 9, и тем, и другим занимаются 4. Сколько ребят занимаются хотя бы одним видом спорта?
9. ★ В классе 25 человек. У 14 есть кошка, у 11 — собака, а у 5 — и кошка, и собака. Сколько ребят: а) только с кошкой; б) только с собакой; в) вообще без питомцев? Нарисуй круги Эйлера.