

# Урок 25. Равновозможные исходы


Вероятность и статистика, 7 класс · Случайные события и вероятность · ~45 минут

## Что ты узнаешь

- Что такое **опыт (испытание)** и **исход** в теории вероятностей
- Какие исходы называют **равновозможными** (равновероятными) и при чём тут симметрия
- Как **перечислить все исходы** опыта, ничего не забыв
- Что такое **благоприятствующие исходы** для события — и зачем они нужны

## Разбираемся в теме

Подбрось монетку. Что выпадет — орёл или решка? А вот не угадаешь заранее! Кинь кубик — какое число окажется сверху? Тоже загадка. Такие штуки, где результат заранее неизвестен, в математике называют **случайными опытами**. И, как ни странно, у случайности есть свои строгие правила. Сейчас разберёмся.

 **Запомни: Опыт (или испытание)** — это действие, результат которого заранее неизвестен. **Исход** — это один из возможных результатов опыта.

Например:

- Опыт «бросить монету» → исходы: **орёл, решка**.
- Опыт «бросить кубик» → исходы: **1, 2, 3, 4, 5, 6**.
- Опыт «вытащить карту из колоды» → исходов целых 36 (или 52, смотря какая колода).

## Перечисляем все исходы

Прежде чем считать вероятности (это будет на следующем уроке), надо научиться выписывать **все** возможные исходы опыта. Главное правило тут — **ничего не пропустить и ничего не сосчитать дважды**.

Бросаем кубик — выписываем все исходы:

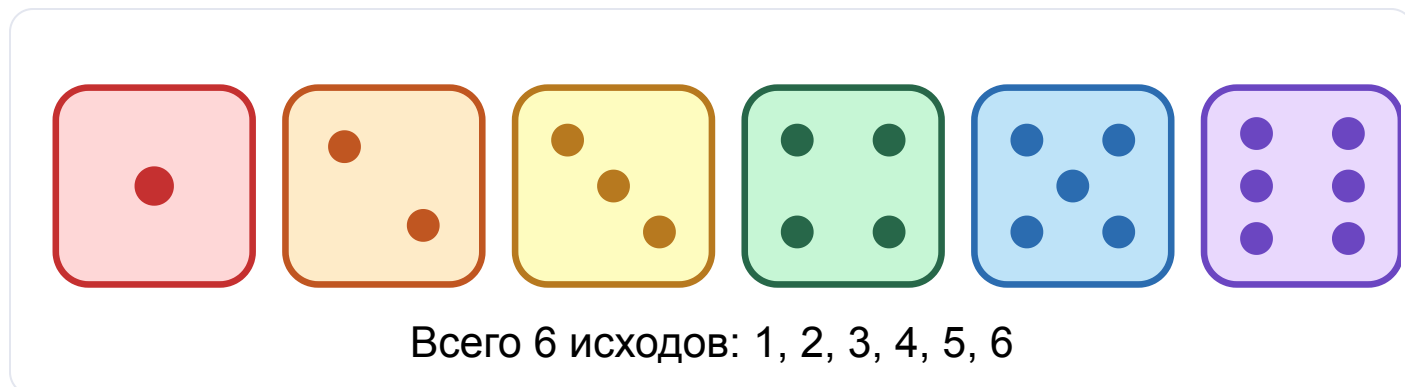



Рис. 1. Все исходы при броске кубика

## Когда исходы равновозможные?


А теперь самое важное слово урока — **равновозможные**. Представь честную монету: она ровная, симметричная, не погнутая и не утяжелённая с одной стороны. У орла и решки **одинаковые шансы** выпасть. Такие исходы называют равновозможными.


 **Запомни:** Исходы называются **равновозможными** (или **равновероятными**), если у них **одинаковые шансы** наступить. Так бывает, когда у опыта есть **симметрия**: правильная монета, симметричный (честный) кубик, одинаковые на ощупь шары в мешке.


А вот когда исходы **НЕ** равновозможны:


- Кнопка-гвоздик, брошенная на пол: упасть на спинку или остриём вверх — шансы разные, кнопка не симметрична.
- Кубик, у которого внутри спрятан грузик, — выпадет чаще одна грань.

- Погода: «завтра дождь» и «завтра солнце» — это не 50 на 50, у них разные шансы.

 **Частая ошибка:** думать, что исходов всегда «поровну». Если в мешке 3 красных шара и 1 синий, то исходы «достать красный» и «достать синий» — НЕ равновозможные! Зато сами шары (если они одинаковы на ощупь) тянутся равновозможно — каждый шар с равным шансом.


 **Лайфхак:** ищи симметрию. Если все исходы устроены «одинаково» и ни один ничем не выделяется — они равновозможные. Чуть что выбивается из ряда — стоп, шансы разные.

 **Попробуй сам:** в коробке лежат 5 одинаковых на ощупь карандашей разных цветов. Ты тянешь один не глядя. Равновозможны ли исходы «достать красный», «достать синий» и т. д.? (Подсказка: карандаши одинаковые на ощупь — а значит...)

 **А знаешь ли ты?** Идея «равных шансов» — фундамент всей теории вероятностей. Её заложили в XVII веке французские математики Блез Паскаль и Пьер Ферма, разбирая... азартные игры в кости! Игроки спорили, как честно поделить ставку, — а получилась целая наука.

## Благоприятствующие исходы

Допустим, мы бросаем кубик и нас интересует событие  $SA\$$  = «выпало чётное число». Какие исходы нам «подходят»? Те, где сверху 2, 4 или 6. Эти исходы называют **благоприятствующими** событию  $SA\$$ .

 **Запомни: Благоприятствующий исход** для события  $SA\$$  — это такой исход, при котором событие  $SA\$$  **происходит**. Проще говоря, исход, который нам «подходит».

Смотри, как это разложить:


## Событие А = «выпало чётное число»




Зелёные — благоприятствующие (их 3), серые — нет

Рис. 2. Благоприятствующие исходы для события «чётное число»

Получается, всего исходов 6, а благоприятствующих событию  $A$  — целых 3. Запомни эти два числа: на следующем уроке именно из них мы и соберём вероятность!

 **Лайфхак:** чтобы найти благоприятствующие исходы, выпиши **все** исходы, а потом отметь (например, обведи) те, при которых событие происходит. Что обвёл — то и благоприятствует.

 **Попробуй сам:** для опыта «бросок кубика» выпиши все благоприятствующие исходы для события «выпало число больше 4».

### Разбор примеров

**Пример 1.** Опыт: бросают игральный кубик. Перечисли все исходы этого опыта. Сколько их?

*Решение.* Сверху может оказаться любая из граней с числами от 1 до 6. Все исходы: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Всего исходов — **6**, и они равновозможные (кубик симметричный).

**Пример 2.** Опыт: бросают монету **два раза**. Перечисли все исходы.

*Решение.* Будем записывать парами (что выпало в первый раз, что во второй). О — орёл, Р — решка:  $\{\text{OO}, \text{OP}, \text{PO}, \text{PP}\}$  Всего **4** исхода. Обрати внимание: ОР и РО — это **разные** исходы (важно, в каком броске что выпало)!

**Пример 3.** В мешке 4 одинаковых на ощупь шара: красный, синий, зелёный, жёлтый. Тянем один шар наугад. Равновозможны ли исходы?

*Решение.* Шары одинаковы на ощупь, ни один ничем не выделяется → у каждого равные шансы быть вытянутым. Исходы (достать К, С, З, Ж) — **равновозможные**, их 4.

**Пример 4.** Бросают кубик. Событие  $B$  = «выпало нечётное число». Найди благоприятствующие исходы.

*Решение.* Нечётные числа на кубике: 1, 3, 5. Это и есть благоприятствующие исходы. Их **3** (а всего исходов 6).

**Пример 5.** В коробке 3 красных и 2 синих шара (все одинаковы на ощупь). Тянем один. Равновозможны ли исходы «достать красный» и «достать синий»?

*Решение.* Сами шары тянутся равновозможно (5 равновозможных исходов — каждый шар). Но красных шаров 3, а синих 2 → событиям «красный» благоприятствует 3 исхода, а «синий» — 2. Значит, события «достать красный» и «достать синий» **НЕ равновозможны**: красный достать легче.

**Пример 6.** Опыт: бросают кубик. Событие  $C$  = «выпало число, делящееся на 3». Перечисли все исходы опыта и благоприятствующие исходы события  $C$ .

*Решение.* Все исходы: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (их 6). На 3 делятся числа 3 и 6. Благоприятствующие исходы события  $C$ : **3 и 6**, их **2**.



### Запомни главное

- **Опыт** — действие со случайным результатом; **исход** — один из результатов.
- Исходы **равновозможные**, если у них **одинаковые шансы** (есть симметрия: честная монета, симметричный кубик, одинаковые шары).

- Чтобы решать задачи, надо уметь **выписать все исходы** опыта — ничего не пропустив и не повторив.
- **Благоприятствующий исход** события  $SA$  — исход, при котором  $SA$  происходит («подходящий» исход).
- Два ключевых числа любой задачи:  $SN$  — сколько всего равновозможных исходов,  $Sm$  — сколько из них благоприятствуют событию. (С ними мы и работаем на следующем уроке!)



## Домашнее задание

1. Опыт: бросают монету один раз. Перечисли все исходы. Сколько их? Равновозможны ли они?
2. Опыт: вытаскивают одну букву из слова «МАМА» (буквы написаны на одинаковых карточках). Перечисли все исходы-карточки. Равновозможны ли они?
3. В мешке лежат 6 одинаковых на ощупь шаров с номерами от 1 до 6. Сколько исходов у опыта «достать один шар»? Равновозможны ли они?
4. Бросают кубик. Событие «выпало число больше 3». Выпиши благоприятствующие исходы и их количество.
5. Бросают кубик. Событие «выпала единица». Сколько благоприятствующих исходов? А всего исходов?
6. В корзине 4 яблока и 1 груша (на ощупь не различить). Тянем один фрукт. Равновозможны ли события «достать яблоко» и «достать грушу»? Объясни.
7. Опыт: бросают монету три раза. Перечисли все исходы (подсказка: их будет 8, записывай тройками вроде ООО, ООР, ...).
8. Кнопку-гвоздик бросают на стол. Можно ли считать исходы «упала остриём вверх» и «упала на спинку» равновозможными? Почему?
9. ★ В колоде 36 карт. Опыт: вытаскивают одну карту. Сколько всего исходов? Для события «вытащили туза» назови, сколько благоприятствующих исходов.

А для события «вытащили карту червовой масти»? (В колоде 4 туза и 9 карт каждой из 4 мастей.)