

# Урок 26. Вычисление вероятностей


Вероятность и статистика, 7 класс · Случайные события и вероятность · ~45 минут

## Что ты узнаешь

- Главную формулу всего курса — **классическое определение вероятности**  
 $P(A) = \frac{m}{N}$
- Как вычислять вероятности в простых опытах: монета, кубик, шары, карты
- Почему вероятность — это всегда число **от 0 до 1**
- Как записать ответ **дробью** и перевести его **в проценты**

## Разбираемся в теме

На прошлом уроке мы научились находить два важных числа:  $N$  — сколько всего равновозможных исходов, и  $m$  — сколько из них благоприятствуют событию. Теперь — главное волшебство. Эти два числа складываются (точнее, делятся) в **вероятность** — число, которое показывает, насколько событие вероятно.

 **Запомни (классическое определение вероятности):**  $P(A) = \frac{m}{N}$  где  $N$  — число **всех равновозможных** исходов опыта, а  $m$  — число исходов, **благоприятствующих** событию  $A$ . Буква  $P$  — от латинского *probabilitas* («вероятность»).

Звучит как заклинание, но смысл простой: **сколько «подходящих» исходов из всех возможных.** Вот и всё.

## Монета

Бросаем честную монету. Какова вероятность выпадения орла?

- Всех исходов:  $N = 2$  (орёл, решка).
- Благоприятствующим событию «орёл»:  $m = 1$ .

$$P(\text{орёл}) = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$$

Логично! Орёл выпадает примерно в половине бросков.

## Кубик

Бросаем симметричный кубик. Вероятность выпадения шестёрки:

- $N = 6$ ,  $m = 1$  (благоприятствует только грань «6»).  $P(6) = \frac{1}{6} \approx 0{,}17 \approx 17\%$

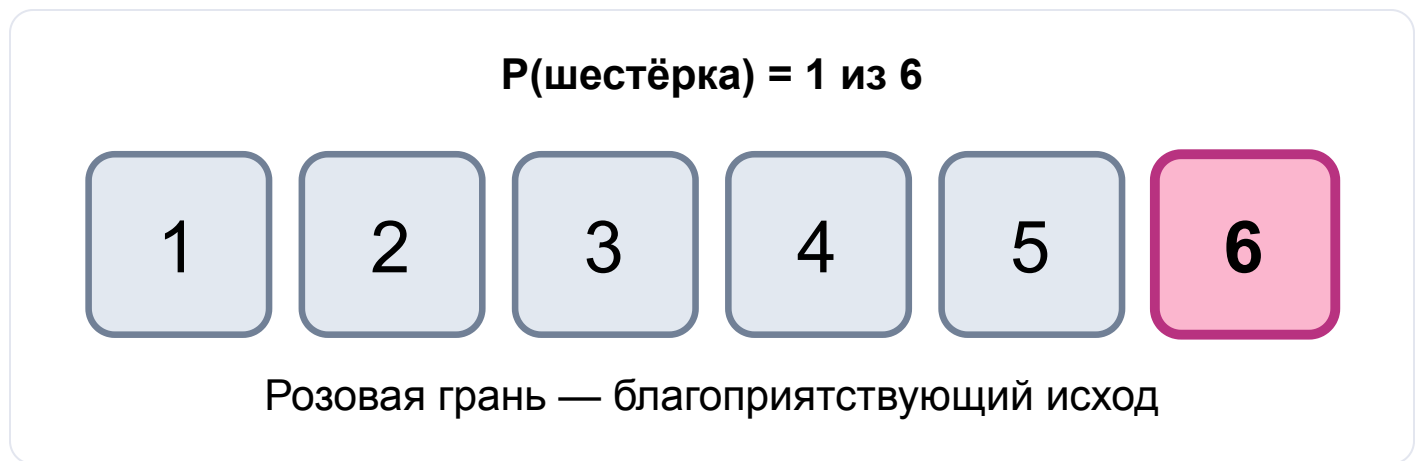


Рис. 1. Вероятность выпадения шестёрки на кубике

А вероятность выпадения **чётного** числа?

- $N = 6$ , благоприятствуют 2, 4, 6  $\rightarrow m = 3$ .  $P(\text{чётное}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$

**💡 Лайфхак:** дробь всегда **сокращай!**  $\frac{3}{6}$  — это то же самое, что  $\frac{1}{2}$ , но второй вариант красивее и сразу понятен.

## Вероятность — всегда от 0 до 1

Вероятность не может быть «больше единицы» или «отрицательной». Она всегда живёт в диапазоне от 0 до 1.

📌 **Запомни:**  $0 \leq P(A) \leq 1$ .

- $P = 0$  — событие **невозможное** (никогда не случится). Например,  $P(\text{выпало } 7 \text{ на кубике}) = 0$ .
- $P = 1$  — событие **достоверное** (случится точно). Например,  $P(\text{выпало число от } 1 \text{ до } 6) = \frac{6}{6} = 1$ .
- Чем ближе  $P$  к 1, тем событие вероятнее.



Рис. 2. Шкала вероятности от 0 до 1

⚠️ **Частая ошибка:** записать вероятность как  $\frac{6}{1}$  или «2» — это невозможно! Если у тебя получилось число больше 1 — ты перепутал  $m$  и  $n$  местами. Сверху всегда меньшее число (благоприятствующие), снизу — общее.

## Дробь и проценты

Один и тот же ответ можно записать тремя способами. Чтобы перевести дробь в проценты, умножь её на 100 %:  $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\% \quad \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \approx 0,083 \approx 8,3\%$

💡 **Лайфхак:** обыкновенная дробь — самый честный ответ (ничего не округляешь). Проценты удобны «для жизни»: «шанс примерно 17 %» звучит понятнее, чем « $\frac{1}{6}$ ».

## Карты и дерево исходов

Из колоды 36 карт тянем одну. Вероятность вытащить туза:

- $N = 36$  (всего карт),  $m = 4$  (тузов четыре).  $P(\text{туз}) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \approx 0{,}11 \approx 11\%$

Когда опыт состоит из нескольких шагов, исходы удобно рисовать **деревом**. Вот дерево для двух бросков монеты:

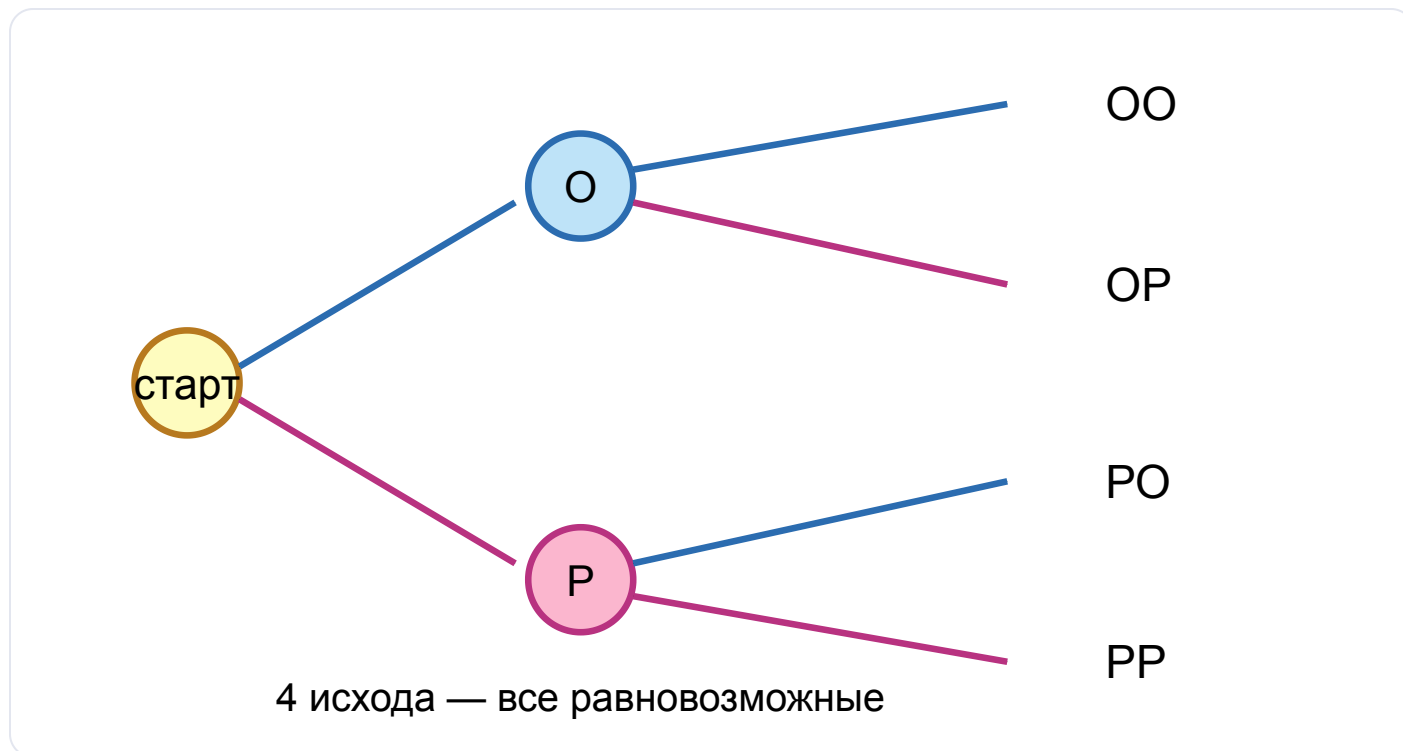


Рис. 3. Дерево исходов: монету бросают два раза

По дереву видно: исходов 4, и каждый равновозможный. Значит,  $P(\text{выпало два орла}) = P(\text{ОО}) = \frac{1}{4} = 25\%$ .

🤔 **А знаешь ли ты?** Слово «вероятно» мы говорим каждый день («наверное, будет дождь»), но точные числа появились только в XVII веке. Зато теперь вероятностью пользуются везде: прогноз погоды, страховки, медицина, видеоигры (тот самый «шанс выпадения редкого предмета»!).

🕒 **Попробуй сам:** из колоды 36 карт тянут одну. Найди  $P(\text{дама})$  — дам в колоде 4. Запиши дробью и в процентах.



## Разбор примеров

**Пример 1.** Бросают кубик. Найди вероятность выпадения числа 5.

*Решение.*  $N = 6$ , благоприятствует один исход (грань «5»),  $m = 1$ .  $P(5) = \frac{1}{6} \approx 0{,}17 \approx 17\%$

**Пример 2.** Бросают кубик. Найди вероятность выпадения числа **меньше 5**.

*Решение.* Числа меньше 5: это 1, 2, 3, 4  $\rightarrow m = 4$ . Всего  $N = 6$ .  $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0{,}67 \approx 67\%$

**Пример 3.** В мешке 10 одинаковых на ощупь шаров: 3 белых и 7 чёрных. Тянут один. Найди вероятность достать белый шар.

*Решение.*  $N = 10$  (все шары равновозможны), благоприятствуют белые:  $m = 3$ .  $P(\text{белый}) = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\%$

**Пример 4.** Из колоды 36 карт вытаскивают одну. Найди вероятность, что это карта **бубновой** масти (в колоде 9 бубновых карт).

*Решение.*  $N = 36$ ,  $m = 9$ .  $P(\text{бубны}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$

**Пример 5.** На кубике найди вероятность события «выпало число 7».

*Решение.* На кубике нет грани «7», благоприятствующих исходов нет:  $m = 0$ .  $P = \frac{0}{6} = 0$  Событие **невозможное**.

**Пример 6.** В ящике 12 одинаковых шаров с номерами от 1 до 12. Найди вероятность вытащить шар с номером, **кратным 3**.

*Решение.*  $N = 12$ . Кратные 3 от 1 до 12: 3, 6, 9, 12  $\rightarrow m = 4$ .  $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33 \approx 33\%$

**Пример 7.** Монету бросают дважды. Найди вероятность, что выпадет **хотя бы один орёл**.

*Решение.* Все исходы (по дереву): ОО, ОР, РО, РР  $\rightarrow N = 4$ . «Хотя бы один орёл» — это ОО, ОР, РО (нет орла только в РР)  $\rightarrow m = 3$ .  $P = \frac{3}{4} =$

$$0{,}75 = 75\%$$



## Запомни главное

 **Классическое определение вероятности:**  $P(A) = \frac{m}{N}$

- $N$  — число **всех равновозможных** исходов опыта;
- $m$  — число исходов, **благоприятствующих** событию  $A$ ;
- $P(A)$  — всегда число **от 0 до 1** ( $0 \leq P \leq 1$ );
- $P = 0$  — событие невозможное,  $P = 1$  — достоверное;
- дробь **сокращай**; ответ можно дать дробью, десятичной дробью и **в процентах** (умножь на 100 %).

Алгоритм решения любой задачи:

1. Найди  $N$  — сколько всего равновозможных исходов.
2. Найди  $m$  — сколько благоприятствуют событию.
3. Раздели:  $P = \frac{m}{N}$ , сократи дробь, при желании переведи в проценты.



## Домашнее задание

1. Бросают монету. Найди вероятность выпадения решки. Запиши дробью и в процентах.
2. Бросают кубик. Найди вероятность выпадения: а) числа 3; б) нечётного числа.
3. Бросают кубик. Найди вероятность выпадения числа **больше 4**.
4. В мешке 8 одинаковых шаров: 5 красных и 3 зелёных. Найди вероятность достать зелёный шар.
5. Из колоды 36 карт тянут одну. Найди вероятность, что это **король** (королей 4).  
Ответ дробью и в процентах.
6. В ящике 20 шаров с номерами от 1 до 20. Найди вероятность вытащить шар с **чётным** номером.

7. Бросают кубик. Найди вероятность выпадения числа от 1 до 6. Как называется такое событие?
8. Монету бросают два раза. Найди вероятность, что **оба раза выпадет решка**. Нарисуй или вспомни дерево исходов.
9. Из колоды 36 карт тянут одну. Найди вероятность, что это **не туз** (тузов 4). (Подсказка: посчитай, сколько карт — не тузы.)
10. ★ В классе 12 девочек и 13 мальчиков. Учитель наугад вызывает одного ученика к доске. Найди вероятность, что вызовут: а) девочку; б) мальчика. Сложи оба ответа — что получилось и почему?