

Ответы к заданиям — Геометрия, 7 класс

Загляни сюда только после того, как сам(а) решил(а)! Сверь ответы и разбери ошибки.

Урок 1. Точки, прямые, отрезки

1. Чертёж: главное — две точки на прямой и две вне её, все подписаны.
2. Только **одна** прямая.
3. Чертёж двух пересекающихся прямых с точкой K на пересечении.
4. **6 прямых** (пары: их количество — как в задаче 1, но для четырёх точек: AB , AC , AD , BC , BD , CD).
5. **Три отрезка:** AB , AC , BC .
6. Да, может: начерти «треугольник» из трёх прямых — каждая пара пересекается в своей вершине, три разные точки пересечения.
7. Если бы их было две, у них были бы две общие точки, а через две точки проходит только одна прямая — значит, это одна прямая, а не две.
8. ★ **10 прямых.** Число пар из 5 точек: $5 \cdot 4 \div 2 = 10$.

Урок 2. Луч и угол

1. Да, можно: начало того же луча — M , а P лежит на нём, значит луч $MN =$ луч MP .
2. $\angle ABC$ (или $\angle CBA$) и $\angle B$. Вершина B , стороны — лучи BA и BC .
3. Вершина — Q (средняя буква), стороны — лучи QP и QR .
4. Два луча образуют **один** угол. Четыре луча — **6 углов** (число пар: $4 \cdot 3 \div 2 = 6$).
5. Чертёж: одна точка во внутренней области, одна — во внешней, подписаны.
6. На углы $\angle AOC$ и $\angle COB$.

- У луча AB начало в A (идёт к B и дальше), у луча BA начало в B (идёт к A и дальше) — они направлены в разные стороны.
 - ★ **6 углов** (пары из 4 лучей: $4 \cdot 3 \div 2 = 6$).
-

Урок 3. Сравнение отрезков и углов

- Сравнение наложением; ответ зависит от твоего чертежа.
 - $CD = 2 \cdot 9 = \mathbf{18 \text{ см}}$.
 - $\angle MON = 2 \cdot 28^\circ = \mathbf{56^\circ}$.
 - Чертёж с двумя одинаковыми дугами на равных углах.
 - $EP = PF = 20 \div 2 = \mathbf{10 \text{ см}}$ каждый.
 - $120^\circ \div 2 = \mathbf{60^\circ}$ каждый.
 - Нет:** $AT = 4 \neq 6 = TB$, части не равны, значит T — не середина.
 - $AM = 24 \div 2 = 12 \text{ см}$; $MK = 12 \div 2 = 6 \text{ см}$; $AK = AM + MK = 12 + 6 = \mathbf{18 \text{ см}}$.
 - ★ $\angle AOC = 45^\circ$ (биссектриса 90°). $\angle BOC = 45^\circ$, OD — её биссектриса: $\angle COD = 22,5^\circ$. $\angle AOD = \angle AOC + \angle COD = 45^\circ + 22,5^\circ = \mathbf{67,5^\circ}$.
-

Урок 4. Измерение отрезков

- $5 \text{ см} = \mathbf{50 \text{ мм}}$; $3 \text{ м} = \mathbf{300 \text{ см}}$; $2 \text{ км} = \mathbf{2000 \text{ м}}$.
- $AB = 4 + 6,5 = \mathbf{10,5 \text{ см}}$.
- $MP = MN - PN = 12 - 5 = \mathbf{7 \text{ см}}$.
- $AB = 3 + 4 + 2 = \mathbf{9 \text{ см}}$; $KB = KL + LB = 4 + 2 = \mathbf{6 \text{ см}}$.
- $CO = OD = 16 \div 2 = \mathbf{8 \text{ см}}$ каждый.
- $AB = 2 \cdot 7 = \mathbf{14 \text{ см}}$.
- Два случая: $XZ = 9 + 4 = \mathbf{13 \text{ см}}$ или $XZ = 9 - 4 = \mathbf{5 \text{ см}}$.

8. $CB = 20 \div 2 = 10$ см; $DB = 10 \div 2 = 5$ см; $AD = AB - DB = 20 - 5 = 15$ см (или $AD = AC + CD = 10 + 5 = 15$ см).
9. ★ Пусть $AC = x$, тогда $CB = x + 4$. Сумма: $x + (x + 4) = 16$, значит $2x = 12$, $x = 6$.
AC = 6 см, CB = 10 см.
-

Урок 5. Измерение углов

1. У тебя должны получиться: острый — меньше 90° , прямой — ровно 90° , тупой — между 90° и 180° . Если прямой вышел не 90° , проверь, не сбилась ли шкала транспортира.
2. $\angle AOB = 28^\circ + 54^\circ = 82^\circ$.
3. $\angle MOP = 100^\circ - 37^\circ = 63^\circ$.
4. Каждая часть = $78^\circ : 2 = 39^\circ$.
5. $\angle COB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$.
6. Обозначь части за $3x$ и $2x$: $3x + 2x = 100^\circ$, $5x = 100^\circ$, $x = 20^\circ$. Тогда $\angle AOD = 60^\circ$, $\angle DOB = 40^\circ$. (**60° и 40°** .)
7. 90° — **прямой**; 89° — **острый**; 91° — **тупой**; 180° — **развёрнутый**.
8. ★ Весь угол 90° состоит из трёх частей: $\angle AOC + \angle COD + \angle BOD = 90^\circ$. Значит, $\angle COD = 90^\circ - 25^\circ - 30^\circ = 35^\circ$.
-

Урок 6. Смежные и вертикальные углы

1. $180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$.
2. $180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$.
3. Равны и в сумме 180° , значит каждый = $180^\circ : 2 = 90^\circ$.
4. $2x + 7x = 180^\circ$, $9x = 180^\circ$, $x = 20^\circ$. Углы: **40° и 140°** .
5. $x + 4x = 180^\circ$, $5x = 180^\circ$, $x = 36^\circ$. Углы: **36° и 144°** .

6. Вертикальный к данному = 53° ; два смежных = $180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$ каждый.
 7. Вертикальные равны, их сумма 86° , значит каждый = 43° . Два других угла = $180^\circ - 43^\circ = 137^\circ$.
 8. Должно подтвердиться: пары противоположных углов равны, любые два соседних дают 180° .
 9. ★ Развёрнутый угол $180^\circ = (\text{крайний}) + 50^\circ + (\text{крайний})$. Крайние равны, обозначь их x : $2x + 50^\circ = 180^\circ$, $2x = 130^\circ$, $x = 65^\circ$. Углы: **$65^\circ, 50^\circ, 65^\circ$** .
-

Урок 7. Перпендикулярные прямые

1. В вершине должен стоять квадратик; угол между прямыми ровно 90° (проверь транспортиром).
 2. $m \perp n$.
 3. Все три тоже по 90° (смежные и вертикальные к прямому углу).
 4. **Не пересекаются.** Иначе через точку их пересечения шли бы два перпендикуляра к s , а так нельзя.
 5. $\angle POC = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$ ($\angle AOC = 90^\circ$ состоит из $\angle AOP$ и $\angle POC$).
 6. $90^\circ : 2 = 45^\circ$ каждая часть.
 7. Любые верные примеры: угол стола, оконная рама, перекрёсток, буква «Т», страница тетради и т. п.
 8. ★ $\angle BOD = 90^\circ$ (прямые перпендикулярны). $\angle KOD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$. Угол $\angle AOD = 90^\circ$ (смежный с $\angle BOD$). Тогда $\angle KOA = \angle AOD - \angle KOD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. (Можно короче: $\angle KOA$ смежный с $\angle KOB$ через прямую AB ... но удобнее через части. Ответ **30°** .)
-

Урок 8. Треугольник; первый признак равенства треугольников

1. Вершины: P, Q, R. Стороны: PQ, QR, PR. Углы: $\angle P$, $\angle Q$, $\angle R$.
 2. $AB = KL$, $BC = LM$, $AC = KM$; $\angle A = \angle K$, $\angle B = \angle L$, $\angle C = \angle M$.
 3. $XY = DE = 6$ см, $\angle Y = \angle E = 70^\circ$, $YZ = EF = 4$ см.
 4. $\triangle AOD = \triangle BOC$: $AO = BO$ и $DO = CO$ (O — середина), $\angle AOD = \angle BOC$ (вертикальные). По первому признаку треугольники равны, значит $AD = CB$.
 5. Да. В $\triangle OAD$ и $\triangle OCB$: $OA = OB$, $OD = OC$ (так как $OC = OD$ и $OA = OB$ по условию — стороны угла), $\angle O$ общий. По первому признаку $\triangle OAD = \triangle OCB$.
 6. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по первому признаку (две стороны AB , AC и угол A между ними). Из равенства треугольников $BC = B_1C_1$ и $\angle C = \angle C_1$.
 7. $\triangle ABD = \triangle CBD$: $BA = BC$, BD общая, $\angle ABD = \angle CBD$. По первому признаку равны, значит $\angle A = \angle C$.
 8. Проведи AC . В $\triangle BAC$ и $\triangle DAC$: $AB = AD$, AC общая, $\angle BAC = \angle DAC$. По первому признаку $\triangle BAC = \triangle DAC$, поэтому $BC = DC$ и $\angle B = \angle D$.
-

Урок 9. Перпендикуляр к прямой; медианы, биссектрисы и высоты треугольника

1. BM делит пополам сторону AC ; $AM = MC$.
2. $\angle BAD = \angle DAC = 64^\circ : 2 = 32^\circ$.
3. $\angle AHC = 90^\circ$ (высота перпендикулярна стороне).
4. F — середина MK , значит $MK = 2 \cdot MF = 2 \cdot 7 = 14$ см.
5. Медиана.
6. В тупоугольном треугольнике высоты из вершин острых углов лежат вне треугольника (см. рис. 5: чертёж — тупой угол, из вершины острого угла перпендикуляр на продолжение противоположной стороны).
7. Совпадают со сторонами (катетами) AC и BC .
8. $\angle B = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$.

9. Да — в равнобедренном треугольнике биссектриса, медиана и высота, проведённые из вершины к основанию, совпадают; а в равностороннем — из любой вершины. Об этом подробно в уроке 10.
-

Урок 10. Равнобедренный треугольник и его свойства

1. $\angle B = 47^\circ$ (углы при основании равны).
 2. $(40 - 12) : 2 = 14$ см.
 3. $50 - 2 \cdot 18 = 50 - 36 = 14$ см.
 4. $3 \cdot 7 = 21$ см.
 5. Биссектриса к основанию — это и медиана, D — середина AB, $AD = 14 : 2 = 7$ см.
 6. Высота перпендикулярна основанию: $\angle CHA = 90^\circ$.
 7. Равны стороны, лежащие против равных углов: против $\angle M$ лежит NK, против $\angle K$ лежит MN, значит $NK = MN$ (треугольник равнобедренный с основанием MK).
 8. Другой угол при основании тоже равен 65° (углы при основании равны).
 9. В $\triangle ABQ$ и $\triangle BAP$: AB общая, $\angle A = \angle B$ (углы при основании), $AP = BQ$ (дано). Эти стороны и угол между... аккуратнее: рассмотрим $\triangle CAQ$ и $\triangle CBP$ — $CA = CB$, $\angle C$ общий, $CQ = CB - BQ = CA - AP = CP$, значит по первому признаку $\triangle CAQ = \triangle CBP$, откуда $AQ = BP$.
-

Урок 11. Второй признак равенства треугольников

1. К стороне AC (углы A и C опираются на её концы).
2. $MN = AB = 9$ см, $\angle M = \angle A = 40^\circ$, $\angle N = \angle B = 75^\circ$.
3. $\triangle AOC = \triangle BOD$: $CO = OD$ (O середина), $\angle C = \angle D$ (дано), $\angle AOC = \angle BOD$ (вертикальные). По второму признаку (сторона CO с прилежащими углами)

равны, значит $AC = BD$.

4. Второй признак: сторона AB общая, два прилежащих к ней равных угла (при A и при B) \rightarrow треугольники равны по стороне и двум прилежащим углам.
5. $\triangle DAB$ и $\triangle CBA$: $AB = BA$ общая, $\angle DAB = \angle CBA$, $\angle DBA = \angle CAB$ — два угла, прилежащих к AB . По второму признаку треугольники равны.
6. $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ равны по стороне BC и двум прилежащим углам B и C (второй признак), значит $AB = A_1B_1$.
7. Напрямую второй признак не применить — он требует, чтобы оба угла прилегали к данной стороне (опирались на её концы). Если угол против стороны, нужно сперва дойти до прилежащих углов другими рассуждениями.
8. $\angle A = \angle B$ (углы при основании). AK, BL — биссектрисы, значит $\angle KAB = \angle A : 2 = \angle B : 2 = \angle LBA$. В $\triangle ABK$ и $\triangle BAL$: $AB = BA$ (общая), $\angle KAB = \angle LBA$, $\angle KBA = \angle LAB$ (это сами углы $\angle B$ и $\angle A$, которые равны). По второму признаку $\triangle ABK = \triangle BAL$, откуда $AK = BL$.

Урок 12. Третий признак равенства треугольников (по трём сторонам)

1. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого, треугольники равны.
2. У треугольника длины трёх сторон задают форму однозначно (третий признак), поэтому он не перекашивается. У четырёхугольника при тех же сторонах углы могут меняться — он не жёсткий. Укрепляют диагональю.
3. Да, равны: стороны те же (6, 9, 11), просто перечислены в другом порядке; подбираем соответствие $6 \leftrightarrow 6, 9 \leftrightarrow 9, 11 \leftrightarrow 11$ — третий признак.
4. $AB = AD, CB = CD$ (условие), AC — общая \Rightarrow по SSS $\triangle ABC = \triangle ADC$.
5. $MA = MB, PA = PB, PM$ — общая $\Rightarrow \triangle PAM = \triangle PBM \Rightarrow \angle PMA = \angle PMB$; смежные равные углы \Rightarrow по $90^\circ \Rightarrow PM \perp AB$.

6. $AB = CD, BC = AD, AC$ — общая (диагональ) $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA$ по SSS $\Rightarrow \angle B = \angle D$.
 7. $OA = OB, CA = CB, OC$ — общая $\Rightarrow \triangle OAC = \triangle OBC$ по SSS $\Rightarrow \angle AOC = \angle BOC \Rightarrow OC$ — биссектриса.
 8. ★ Из равенства $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ имеем $AB = A_1B_1$ и $\angle B = \angle B_1$. Дано $BD = B_1D_1$. Тогда $\triangle ABD = \triangle A_1B_1D_1$ по первому признаку (две стороны AB, BD и угол B между ними) $\Rightarrow AD = A_1D_1$.
-

Урок 13. Окружность

1. См. определения в разделе «Разбираемся в теме»: окружность — линия точек на равном расстоянии от центра; круг — часть плоскости внутри окружности; радиус — отрезок центр–точка; хорда — отрезок между двумя точками окружности; диаметр — хорда через центр; дуга — часть окружности между двумя точками.
2. $d = 2 \cdot 7,5 = 15$ см.
3. $r = 24 : 2 = 12$ см.
4. Чертёж: окружность $r = 3$ см с подписанными радиусами, диаметром и хордой. Хорда короче диаметра.
5. $\triangle KOL$ равнобедренный ($OK = OL$ — радиусы), угол при вершине 90° , значит при основании по $(180^\circ - 90^\circ) : 2 = 45^\circ$. Это прямоугольный равнобедренный треугольник.
6. OA и OC — радиусы, $OA = OC \Rightarrow \triangle AOC$ равнобедренный.
7. $OP = OR, OQ = OS$ (радиусы), $PQ = RS$ (условие) $\Rightarrow \triangle OPQ = \triangle ORS$ по третьему признаку.
8. Через две данные точки — ровно одна хорда (через две точки проходит единственная прямая, а отрезок между ними и есть хорда). Диаметров в окружности — бесконечно много (любая прямая через центр даёт диаметр).

9. ★ $O_1A = O_1B$ (радиусы первой окружности), $O_2A = O_2B$ (радиусы второй), O_1O_2 — общая $\Rightarrow \triangle O_1AO_2 = \triangle O_1BO_2$ по третьему признаку.
-

Урок 14. Задачи на построение циркулем и линейкой

1. Циркуль — проводить окружности (дуги) и откладывать равные расстояния; линейка без делений — проводить прямые через две точки.
 2. Откладываем дугой раствор данного отрезка от начала луча (построение 1). Линейкой длины должны совпасть.
 3. Построение 2: дуга из вершины, перенос хорды CD. Равенство гарантирует $\triangle OCD = \triangle AEF$ (SSS).
 4. Построение 3: дуга из вершины + две равные засечки. Проверить можно, наложив одну половину угла на другую (или измерив транспортиром — половины равны).
 5. Построение 4: две дуги равного раствора (больше половины отрезка) из концов; прямая через точки пересечения — серединный перпендикуляр, она и делит отрезок пополам, и перпендикулярна ему.
 6. Построение 5: отложить $OA = OB$ по прямой, засечки из A и B, прямая $OC \perp a$.
 7. Построение из задачи 5: дуга из K даёт A и B на прямой, засечки из A и B с другой стороны дают L, $KL \perp a$.
 8. Треугольник со сторонами 3, 4, 5 — прямоугольный, прямой угол лежит против стороны 5 (между сторонами 3 и 4). Угольник покажет 90° .
 9. ★ Сначала построй перпендикуляр (угол 90°), затем построй биссектрису этого прямого угла — она даст 45° .
-

Урок 15. Признаки параллельности двух прямых

1. Параллельные прямые — прямые на плоскости, которые не пересекаются.
Обозначение: $a \parallel b$.
 2. Накрест лежащие: 3 и 5, 4 и 6. Односторонние: 4 и 5, 3 и 6. Соответственные: 1 и 5, 2 и 6, 4 и 8, 3 и 7 (по нумерации с Рис. 1; у тебя свои номера — главное, чтобы пары стояли по правилам Z, П, F).
 3. Да, параллельны: накрест лежащие равны ($38^\circ = 38^\circ$) → признак 1.
 4. Нет: соответственные не равны ($100^\circ \neq 95^\circ$).
 5. $180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ (по признаку 3).
 6. 62° — накрест лежащие должны быть равны (признак 1).
 7. Потому что прямые могут пересечься дальше, за пределами листа; «не видно пересечения» — не доказательство. Нужен признак по углам.
 8. ★ Соответственный 130° → накрест лежащий с тем же углом тоже даёт 130° (вертикальные равны), а односторонний к нему = $180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$. Сумма односторонних: $130^\circ + 50^\circ = 180^\circ$ — признак 3 выполняется, прямые параллельны.
-

Урок 16. Аксиома параллельных прямых

1. Аксиома — утверждение, принимаемое без доказательства; теорема же доказывается на основе аксиом. Пример: «через две точки проходит единственная прямая».
2. Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.
3. (1) Прямая, пересекающая одну из двух параллельных, пересекает и другую.
(2) Две прямые, параллельные третьей, параллельны между собой.
4. Да, пересекает (следствие 1): иначе k была бы параллельна n , и через точку пересечения проходили бы две параллельные n — нарушение аксиомы.
5. $x \parallel y$ (следствие 2).
6. Ни одной новой — параллельная единственна (аксиома).

7. Существование можно построить (например, через перпендикуляры), а единственность — это и есть содержание аксиомы, её принимают без доказательства.
8. ★ Николай Лобачевский (XIX век; также Я. Бойяи и К. Гаусс). В его геометрии через точку вне прямой проходит **бесконечно много** прямых, не пересекающих данную; сумма углов треугольника меньше 180° . Геометрия непротиворечива и применяется в физике.
-

Урок 17. Свойства параллельных прямых

1. **Признак:** из равенства углов выводим параллельность. **Свойство:** из параллельности выводим равенство (или сумму 180°) углов. Это взаимно обратные теоремы.
2. (1) Накрест лежащие равны. (2) Соответственные равны. (3) Сумма односторонних = 180° .
3. **53°** (свойство 1).
4. **118°** (свойство 2).
5. $180^\circ - 64^\circ = \mathbf{116^\circ}$ (свойство 3).
6. Четыре угла по **40°** и четыре по **140°** ($180^\circ - 40^\circ$).
7. $2x + 15 = 4x - 25 \rightarrow 40 = 2x \rightarrow x = \mathbf{20}$; угол = $2 \cdot 20 + 15 = \mathbf{55^\circ}$.
8. $4x + 5x = 180^\circ \rightarrow x = 20^\circ$; углы **80°** и **100°** .
9. ★ Односторонние в сумме 180° . Пусть меньший x , тогда больший $x + 40$. $x + (x + 40) = 180 \rightarrow 2x = 140 \rightarrow x = 70$. Углы: **70°** и **110°** .
-

Урок 18. Теорема о сумме углов треугольника

1. $180^\circ - 45^\circ - 65^\circ = \mathbf{70^\circ}$.
2. Каждый угол **60°** : $3x = 180^\circ$, $x = 60^\circ$.

- $90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$.
 - Третий угол: $180^\circ - 90^\circ - 47^\circ = 43^\circ$. Треугольник **прямоугольный**.
 - Части $1x, 2x, 3x$; $6x = 180^\circ, x = 30^\circ$. Углы **$30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$** — **прямоугольный**.
 - Углы при основании равны по 70° , значит угол при вершине: $180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$.
 - Нет**. Два тупых угла дали бы в сумме больше 180° , а это невозможно.
 - $\angle A + \angle B = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Так как $\angle A = 2\angle B$, то $2\angle B + \angle B = 120^\circ, 3\angle B = 120^\circ, \angle B = 40^\circ, \angle A = 80^\circ$.
 - ★ $\angle B + \angle C = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. Биссектрисы дают половины: $(\angle B + \angle C)/2 = 70^\circ$.
В треугольнике BOC : $\angle BOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.
-

Урок 19. Внешний угол треугольника

- $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.
 - Внешний угол при $C = \angle A + \angle B = 35^\circ + 75^\circ = 110^\circ$.
 - $130^\circ - 60^\circ = 70^\circ$.
 - $180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$.
 - Внешний угол при вершине = сумма двух углов при основании = $50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$.
 - Части $2x$ и $3x$; $5x = 100^\circ, x = 20^\circ$. Углы **40°** и **60°** .
 - Нет**. Внешний угол равен сумме двух не смежных углов, значит он *больше* каждого из них. А $50^\circ < 60^\circ$ — противоречие.
 - ★ Внутренний $\angle A = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$; $\angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. Тогда $\angle C = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$. Итог: **$\angle A = 50^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 70^\circ$** .
-

Урок 20. Соотношения между сторонами и углами треугольника

1. Стороны по возрастанию $4 < 5 < 6$, значит и углы против них по возрастанию в том же порядке: угол против 4 < угол против 5 < угол против 6.
2. Наибольший угол A (80°) \Rightarrow наибольшая сторона **BC**; наименьший угол B (40°) \Rightarrow наименьшая сторона **AC**.
3. Самый большой угол — прямой (90°). Против него лежит **гипотенуза** — она самая длинная.
4. Равны углы P и Q \Rightarrow равны стороны против них: **PR = QR** (треугольник равнобедренный).
5. $\angle D = \angle F \Rightarrow$ стороны против них равны: против $\angle D$ лежит EF, против $\angle F$ лежит DE, значит **EF = DE = 8 см**.
6. $\angle A = 90^\circ$ — наибольший угол, против него лежит **BC**, значит $BC > AB$ и $BC > AC$ (BC — гипотенуза).
7. Равны стороны по 10 см \Rightarrow равны углы против них (углы при основании 12). Это равнобедренный треугольник.
8. **Нет**. Сторона AB лежит против угла C, а самый большой угол здесь A (100°), значит самая длинная сторона — **BC** (против A), а не AB.
9. ★ $\angle C = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$. Углы A и B равны (по 70°) и больше $\angle C$. Наибольший угол... углы A и B равны и оба наибольшие, против них лежат стороны BC (против A) и AC (против B) — они равны и являются наибольшими; AB (против C = 40°) — наименьшая. Наибольшие стороны: **AC = BC**.

Урок 21. Неравенство треугольника

1. Наибольшая 10; $5 + 7 = 12 > 10$. **Да, можно**.
2. Наибольшая 9; $4 + 4 = 8 < 9$. **Нет, нельзя**.

- $12 - 5 < x < 12 + 5$, то есть **7 см < x < 17 см**.
 - $6 - 6 < x < 6 + 6$, то есть **0 < x < 12 см** (сторона больше 0 и меньше 12).
 - $1 + 2 = 3$, не больше 3 (равно). Неравенство строгое, поэтому **треугольника нет** (стороны легли бы в одну линию).
 - Боковые не могут быть по 5 ($5 + 5 = 10 < 11$). Значит стороны **11, 11, 5**, периметр = **27 см**.
 - Тогда третья сторона = $20 - 9 - 2 = 9$ см. Проверим: стороны 9, 2, 9. Наибольшая 9; $2 + 9 = 11 > 9$ — **да, может** (треугольник 9, 9, 2 существует).
 - Проверяем тройки: (3,5,6) — $3+5=8 > 6$ ✓; (3,5,9) — $3+5=8 < 9$ ✗; (3,6,9) — $3+6=9$, не больше 9 ✗; (5,6,9) — $5+6=11 > 9$ ✓. Подходят: **(3, 5, 6) и (5, 6, 9)**.
 - ★ Прямой путь АВ = 10 км, путь через лагерь = 14 км. Экономия = $14 - 10 = 4$ км.
-

Урок 22. Прямоугольные треугольники и их свойства

🕒 Мини-вызовы: второй угол $90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$; в задаче-разогреве $90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$ (один острый угол подсказан, второй 28°).

- $90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$.
- Гипотенуза — сторона против прямого угла N, то есть **МК**.
- Катет против угла 30° = половине гипотенузы: $\frac{1}{2} \cdot 24 = 12$ см.
- $9 = \frac{1}{2} \cdot 18$, значит катет = половина гипотенузы, угол против него = **30°** .
- $2x + 3x = 90^\circ$, $5x = 90^\circ$, $x = 18^\circ$; углы **36° и 54°** .
- $\angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$; катет СВ лежит против $\angle A$, значит $СВ = \frac{1}{2} \cdot АВ$, отсюда $АВ = 2 \cdot 12 = 24$ см.
- $x + (x + 16^\circ) = 90^\circ$, $2x = 74^\circ$, $x = 37^\circ$; углы **37° и 53°** .
- Катет АС лежит против $\angle B = 30^\circ$, значит $АС = \frac{1}{2} \cdot 7 = 3,5$ см.
- ★ Биссектриса делит $\angle A$ пополам: $40^\circ : 2 = 20^\circ$. Это и есть угол между биссектрисой и катетом АС. **Ответ: 20°** .

Урок 23. Признаки равенства прямоугольных треугольников

🕒 Мини-вызов: да, треугольники равны — гипотенузы равны и острые углы равны, это признак **по гипотенузе и острому углу**.

1. **По двум катетам.**
2. **По гипотенузе и острому углу.**
3. Да, равны — **по гипотенузе и катету**.
4. Высота перпендикулярна основанию, поэтому оба получившихся треугольника **прямоугольные** (у каждого угол при основании высоты равен 90°).
5. На **4 см** — точки биссектрисы равноудалены от обеих сторон угла (доказано в задаче 6 разбора).
6. Прямоугольные треугольники с гипотенузами $OA = OB$ и вертикальными острыми углами при O равны **по гипотенузе и острому углу**, значит перпендикуляры (катеты) равны.
7. **Нельзя.** Равные углы дают только подобную форму, но треугольники могут быть разного размера. Нужно равенство хотя бы одной стороны.
8. ★ Рассмотрим прямоугольные $\triangle ANB$ ($\angle ANB = 90^\circ$) и $\triangle CKB$ ($\angle CKB = 90^\circ$). У них угол B — общий, и катеты $AN = CK$ (по условию). Значит, $\triangle ANB = \triangle CKB$ **по катету и острому углу**, откуда гипотенузы $AB = CB$. Треугольник равнобедренный.

Урок 24. Расстояние от точки до прямой

🕒 Мини-вызовы по ходу урока — самопроверка построений, отдельных ответов нет (сравни перпендикуляр с наклонными — перпендикуляр должен быть короче).

1. Расстояние = длина перпендикуляра = **8 см**.
 2. **Нет**. Перпендикуляр — катет, наклонная — гипотенуза, а гипотенуза всегда длиннее катета.
 3. **4 см** — параллельные прямые везде на одинаковом расстоянии.
 4. АН лежит против угла 30° , значит $АН = \frac{1}{2} \cdot АМ = \frac{1}{2} \cdot 12 = \mathbf{6 \text{ см}}$.
 5. Перпендикуляр 5 см лежит против угла 30° , значит наклонная = $2 \cdot 5 = \mathbf{10 \text{ см}}$.
 6. Все равны **6 см** — точки прямой а равноудалены от b.
 7. Длину **перпендикуляра**, опущенного из М на сторону угла.
 8. ★ АН = 9 см (катет), АМ = 18 см (гипотенуза). $АН = \frac{1}{2} \cdot АМ$, значит угол против АН равен 30° . Это угол при вершине М. А угол между наклонной АМ и перпендикуляром АН — при вершине А — равен $90^\circ - 30^\circ = \mathbf{60^\circ}$.
-

Урок 25. Построение треугольника по трём элементам

🕒 Мини-вызов (5-6-8 см): треугольник строится, так как $5 + 6 = 11 > 8$ и остальные неравенства верны.

1. **Циркуль и линейка** (без делений).
2. Откладываем угол 50° с вершиной; на его сторонах циркулем откладываем по 5 см; соединяем концы. Получится равнобедренный треугольник.
3. Третий угол = $180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = \mathbf{90^\circ}$ (получится прямоугольный треугольник).
4. **Да**: $4 + 4 = 8 < 9$ — нет, неравенство нарушено ($8 < 9$), значит **нельзя**.
5. Откладываем основание 4 см; две окружности радиуса 6 см с центрами в концах; пересечение — вершина. Стороны 6, 6, основание 4 — всё построено.
6. **Нет**: $100^\circ + 85^\circ = 185^\circ > 180^\circ$, лучи не пересекутся (расходятся).
7. Равносторонний треугольник имеет **3 оси симметрии**.
8. ★ Чертим гипотенузу АВ = 6 см. При А откладываем угол 30° , при В восстанавливаем перпендикуляр (90°) к АВ. Пересечение лучей — вершина С

прямого угла. Проверка: углы $30^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$. Катет против 30° получится равным $\frac{1}{2} \cdot 6 = 3$ см.

Урок 26. Итоговое повторение за 7 класс

- $x + 4x = 180^\circ$, $5x = 180^\circ$, $x = 36^\circ$; углы **36° и 144°** .
- Если один угол 50° , то вертикальный ему тоже **50°** , а два смежных по $180^\circ - 50^\circ = \mathbf{130^\circ}$. Итого: $50^\circ, 130^\circ, 50^\circ, 130^\circ$.
- По двум сторонам и углу между ними** (первый признак).
- $180^\circ - 55^\circ - 65^\circ = \mathbf{60^\circ}$.
- Углы при основании равны по 50° , значит при вершине: $180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = \mathbf{80^\circ}$.
- Накрест лежащие углы при параллельных прямых равны: **73°** .
- Смежный с внешним углом внутренний: $180^\circ - 130^\circ = \mathbf{50^\circ}$.
- $90^\circ - 54^\circ = \mathbf{36^\circ}$.
- Катет против угла $30^\circ = \frac{1}{2}$ гипотенузы $= \frac{1}{2} \cdot 16 = \mathbf{8}$ см.
- 6 см** — параллельные прямые везде на одинаковом расстоянии.
- Проверка: $4 + 5 = 9 > 7$, остальные неравенства тоже верны — **построение возможно**. Шаги: откладываем сторону 7 см; окружность радиуса 4 см из одного конца; окружность радиуса 5 см из другого; пересечение — третья вершина; соединяем.
- ★ Биссектриса делит прямой угол пополам: $\angle ACD = \angle BCD = 90^\circ : 2 = \mathbf{45^\circ}$. В треугольнике BCD: $\angle BCD = 45^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, значит $\angle BDC = 180^\circ - 45^\circ - 50^\circ = \mathbf{85^\circ}$. Итак: $\angle ACD = 45^\circ$, $\angle BCD = 45^\circ$, углы $\triangle BCD$: $45^\circ, 50^\circ, 85^\circ$.