

Урок 3. Сравнение отрезков и углов


Геометрия, 7 класс · Гл. I, §3 учебника Атанасяна · ~45 минут

Что ты узнаешь

- Как сравнить две фигуры с помощью наложения и какие фигуры называют равными.
- Как сравнивать отрезки и углы между собой.
- Что такое середина отрезка и как её найти.
- Что такое биссектриса угла и почему это «делитель пополам».

Разбираемся в теме

Представь: у тебя два карандаша, и надо понять, какой длиннее. Линейки под рукой нет. Что делать? Приложить их друг к другу, совместив тупые концы! Тот, чей грифель торчит дальше, — длиннее. Это и есть главный приём геометрии — **наложение**.

 **Определение:** Две фигуры называются **равными**, если их можно совместить наложением (одну положить на другую так, что они полностью совпадут).

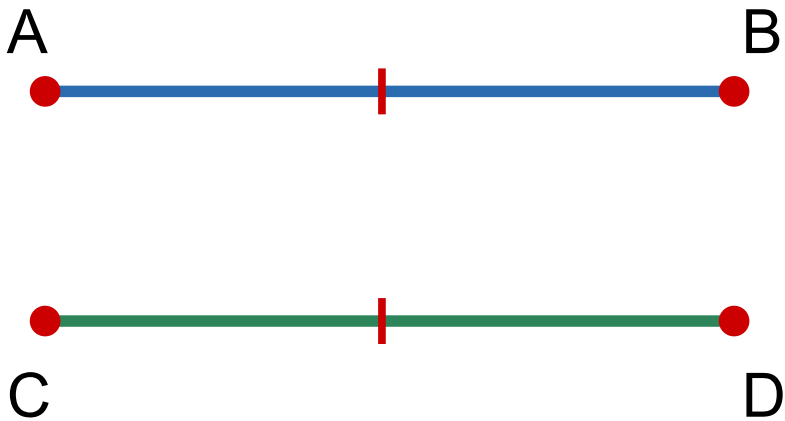




Рис. 1. Равные отрезки AB и CD (штрихи означают равенство)

 **Лайфхак:** Равные отрезки на чертеже помечают **одинаковыми штрихами** (чёрточками поперёк), а равные углы — **одинаковыми дугами**. Это секретный язык геометров: посмотрел на штрихи — сразу видно, что равно.


Сравнение отрезков

Чтобы сравнить два отрезка, накладываем их так, чтобы один конец совпал, и смотрим на второй.

 **Правило:** Если при наложении (с совмещением одного конца и направления) концы отрезков совпали — отрезки **равны** ($AB = CD$). Если один конец второго отрезка оказался внутри первого — этот отрезок **меньше**.

Сравнение углов

С углами то же самое, только совмещаем не концы, а **вершины и одну сторону**.

 **Правило:** Накладываем один угол на другой так, чтобы вершина совпала с вершиной, а одна сторона — со стороной (и углы легли по одну сторону).

Если вторые стороны совпали — углы **равны**. Если одна сторона оказалась внутри другого угла — этот угол **меньше**.

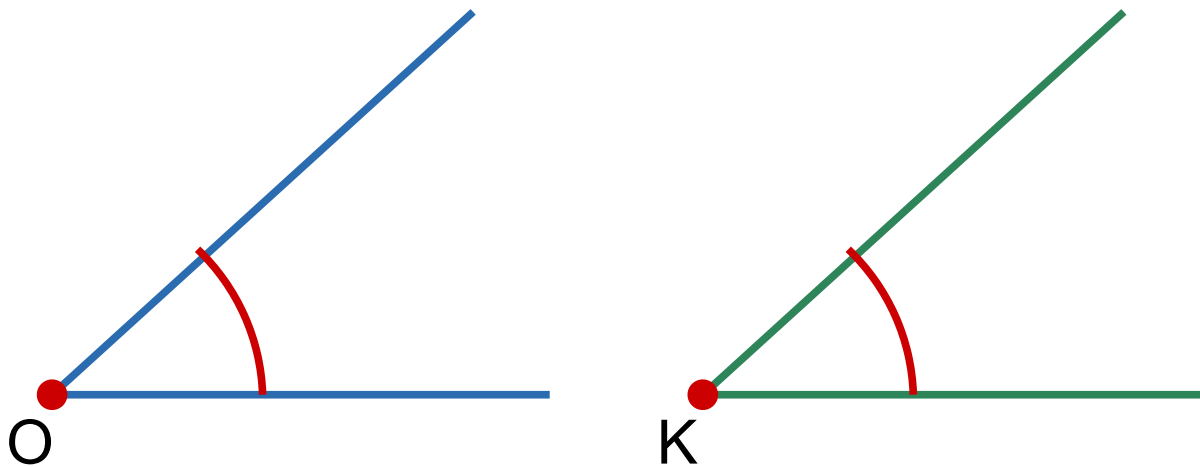


Рис. 2. Равные углы помечены одинаковыми дугами

🤔 **А знаешь ли ты?** Размер угла НЕ зависит от длины его сторон! Можно нарисовать угол с коротенькими сторонами и угол с длинными — а равны они или нет, решает только «раствор», ширина между сторонами.

Середина отрезка

Теперь — деление пополам. Самое честное место отрезка — его середина.

🔺 **Определение: Серединой отрезка** называется точка, которая делит его

на два **равных** отрезка.



Рис. 3. M — середина отрезка AB , $AM = MB$

Если M — середина AB , то $AM = MB$. Штрихи на рисунке 3 подтверждают: половинки равны.

🕒 Начерти отрезок AB и на глаз поставь его середину M . Потом проверь линейкой, угадал ли ты. Затем читай дальше.

Биссектриса угла

А что для угла играет роль «середины»? Луч, который делит угол на два равных. У него красивое имя — **биссектриса**.

🔺 **Определение: Биссектриса угла** — это луч, исходящий из вершины угла и делящий его на два **равных** угла.

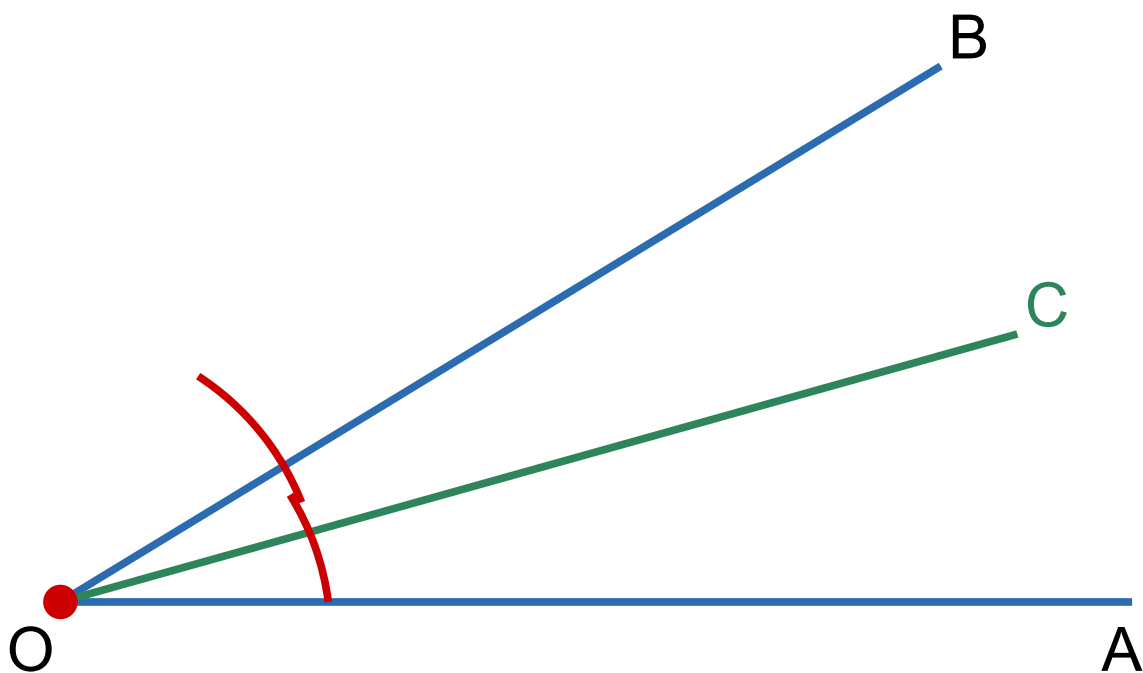




Рис. 4. Луч OC — биссектриса угла AOB , $\angle AOC = \angle COB$

Если OC — биссектриса $\angle AOB$, то $\angle AOC = \angle COB$.

 **Лайфхак:** Слово «биссектриса» от латинского *bis* — «дважды» и *seco* — «рассекаю». То есть «рассекающая надвое». Запомни через «рассекает угол пополам».

 **Частая ошибка:** Считать любой луч внутри угла биссектрисой. Нет! Биссектриса — только тот, что делит угол на **равные** части. Чуть в сторону — уже не биссектриса.

Разбор задач

Задача 1. Точка C — середина отрезка AB . Известно, что $AC = 6$ см. Чему равен AB ?

Дано: C — середина AB , $AC = 6$ см. **Найти:** AB .

Решение. Раз C — середина, то $AC = CB = 6$ см. Весь отрезок $AB = AC + CB = 6 + 6 = 12$ см.

Ответ: $AB = 12$ см.

Задача 2. Луч OM — биссектриса угла AOB . $\angle AOM = 35^\circ$. Чему равен $\angle AOB$?

Дано: OM — биссектриса $\angle AOB$, $\angle AOM = 35^\circ$. **Найти:** $\angle AOB$.

Решение. Биссектриса делит угол на два равных: $\angle AOM = \angle MOB = 35^\circ$. Весь угол $\angle AOB = \angle AOM + \angle MOB = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ$.

Ответ: $\angle AOB = 70^\circ$.

Задача 3. Отрезок $AB = 14$ см, точка M — его середина, точка N — середина отрезка AM . Найди AN .

Дано: $AB = 14$ см, M — середина AB , N — середина AM . **Найти:** AN .

Решение. M — середина AB : $AM = 14 \div 2 = 7$ см. N — середина AM : $AN = 7 \div 2 = 3,5$ см.

Ответ: $AN = 3,5$ см.

Задача 4. Угол AOB равен 80° . Луч OC — его биссектриса, луч OD — биссектриса угла AOC . Найди $\angle AOD$.

Дано: $\angle AOB = 80^\circ$, OC — биссектриса $\angle AOB$, OD — биссектриса $\angle AOC$. **Найти:** $\angle AOD$.

Решение. OC — биссектриса: $\angle AOC = 80^\circ \div 2 = 40^\circ$. OD — биссектриса $\angle AOC$: $\angle AOD = 40^\circ \div 2 = 20^\circ$.

Ответ: $\angle AOD = 20^\circ$.

Задача 5. Точка K лежит на отрезке PQ , причём $PK = 5$ см, $KQ = 5$ см. Является ли K серединой отрезка PQ ?

Решение. Точка делит отрезок на PK и KQ . Так как $PK = KQ = 5$ см, точка K делит отрезок на два равных — значит, она середина.

Ответ: да, K — середина PQ .



Запомни главное

- Фигуры **равны**, если совмещаются наложением.
- Равные отрезки — одинаковые штрихи; равные углы — одинаковые дуги.
- **Середина отрезка** делит его на два равных отрезка.
- **Биссектриса** угла делит его на два равных угла.
- Размер угла не зависит от длины сторон.



Домашнее задание

1. Начерти два отрезка и сравни их наложением. Какой больше? Помечать равные не нужно — здесь они разные.
2. Точка M — середина отрезка CD , $CM = 9$ см. Найди CD .
3. OK — биссектриса угла MON , $\angle KON = 28^\circ$. Найди $\angle MON$.
4. Начерти угол и проведи его биссектрису «на глаз», затем подпиши равные углы одинаковыми дугами.
5. Отрезок $EF = 20$ см, P — его середина. Найди EP и PF .
6. Угол равен 120° . Чему равен каждый из углов, на которые его делит биссектриса?
7. Точка T делит отрезок AB так, что $AT = 4$ см, $TB = 6$ см. Является ли T серединой? Объясни.
8. Отрезок $AB = 24$ см. M — середина AB , K — середина MB . Найди AK .

9. ★ Угол $\angle AOB = 90^\circ$. OC — его биссектриса. Внутри угла $\angle BOC$ провели биссектрису OD . Найди $\angle AOD$.