

# Урок 5. Измерение углов

Геометрия, 7 класс · Гл. I, §4 · ~45 минут


## Что ты узнаешь

- Что такое **градусная мера** угла и откуда взялись эти странные  $360^\circ$ .
- Как пользоваться **транспортиром** так, чтобы не промахнуться.
- Чем отличаются **острый, прямой, тупой и развёрнутый** углы.
- Главное свойство: **мера угла равна сумме мер его частей** — и как это спасает в задачах.

## Разбираемся в теме

Представь, что ты открываешь дверь. Чуть-чуть приоткрыл — маленький угол. Распахнул настежь — большой. А если бы дверь могла отъехать так, что встала бы ровно вдоль стены? Получилась бы прямая линия. Вот так дверь и «измеряет» углы: степень открытости — это и есть величина угла.

Но «чуть-чуть» и «настежь» — это не математика. Нам нужно число. И тут на сцену выходят **градусы**.

 **Определение:** Градус — это  $\frac{1}{180}$  часть развёрнутого угла. Обозначается значком  $^\circ$ .

То есть берём развёрнутый угол (когда стороны «смотрят» в разные стороны и образуют прямую), делим его на 180 одинаковых кусочков — каждый кусочек и есть  $1^\circ$ .

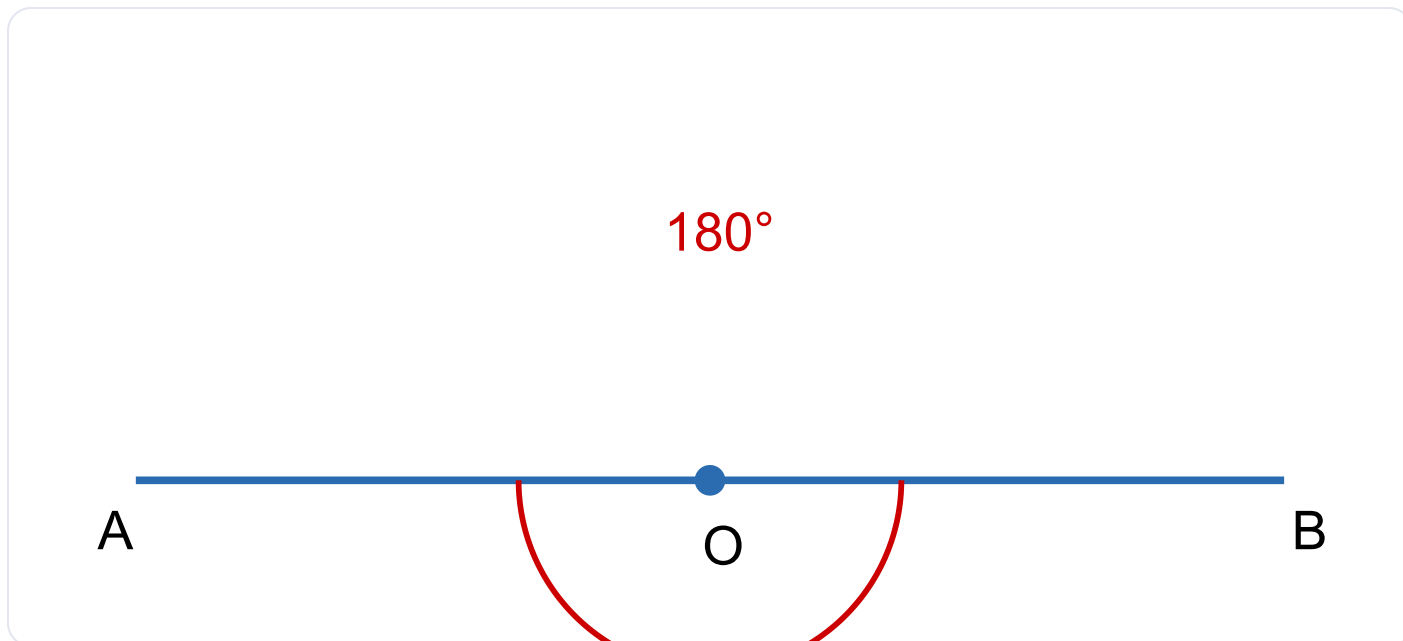


Рис. 1. Развёрнутый угол  $AOB$  равен  $180^\circ$ : его стороны образуют прямую

🕒 **Начерти сам:** проведи прямую, поставь точку посередине — поздравляю, у тебя готов развёрнутый угол на  $180^\circ$ !

### Главное свойство градусной меры

Угол можно «разрезать» лучом на части. И тогда работает очень логичное правило.

📌 **Свойство:** Градусная мера угла равна сумме градусных мер углов, на которые он разбивается любым лучом, проходящим внутри него.

Звучит сложно, а на деле — как пирог. Разрезал пирог на два куска: масса целого пирога = масса первого куска + масса второго. С углами то же самое.

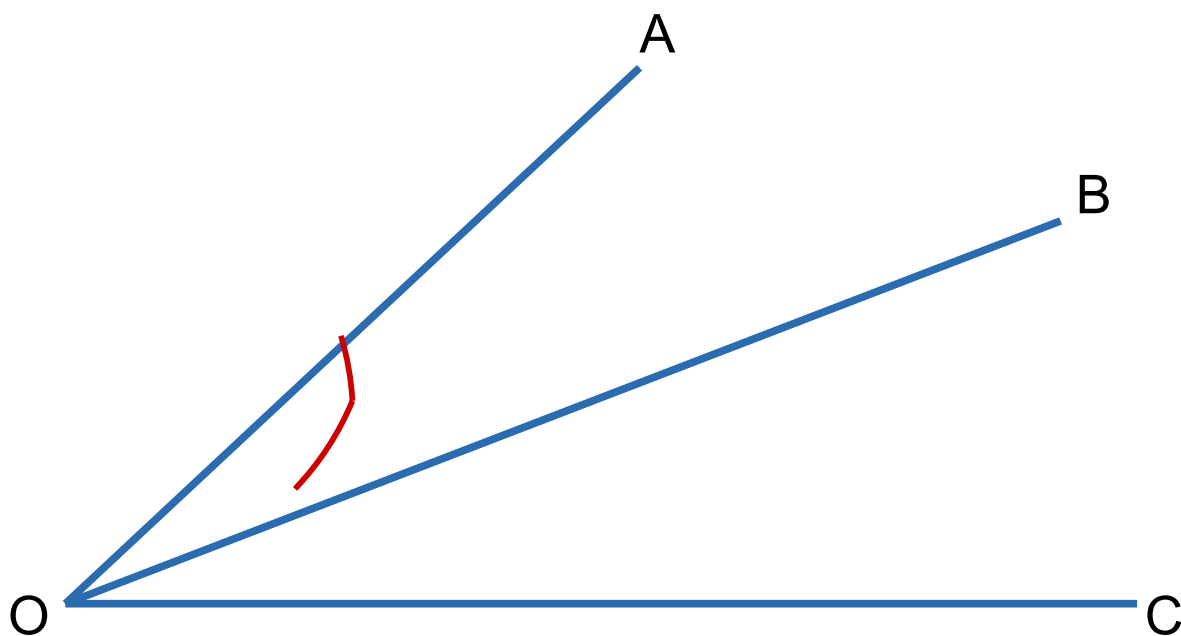


Рис. 2. Луч  $OB$  делит угол  $AOC$ :  $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$

Если  $\angle AOB = 40^\circ$  и  $\angle BOC = 30^\circ$ , то весь угол  $\angle AOC = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$ . Просто складываем.

### Транспортир — твой измерительный прибор

Чтобы измерить угол в градусах, придумали **транспортир** — полукруг (или круг) с делениями от 0 до 180.

**💡 Лайфхак:** Чтобы измерить угол транспортиром, делай три шага:

1. Центр транспортира (маленькая дырочка или метка) ставь точно в **вершину** угла.
2. Одну сторону угла совмести с **нулём** на шкале.
3. Смотри, на какое число попадает **вторая сторона** — это и есть величина угла.

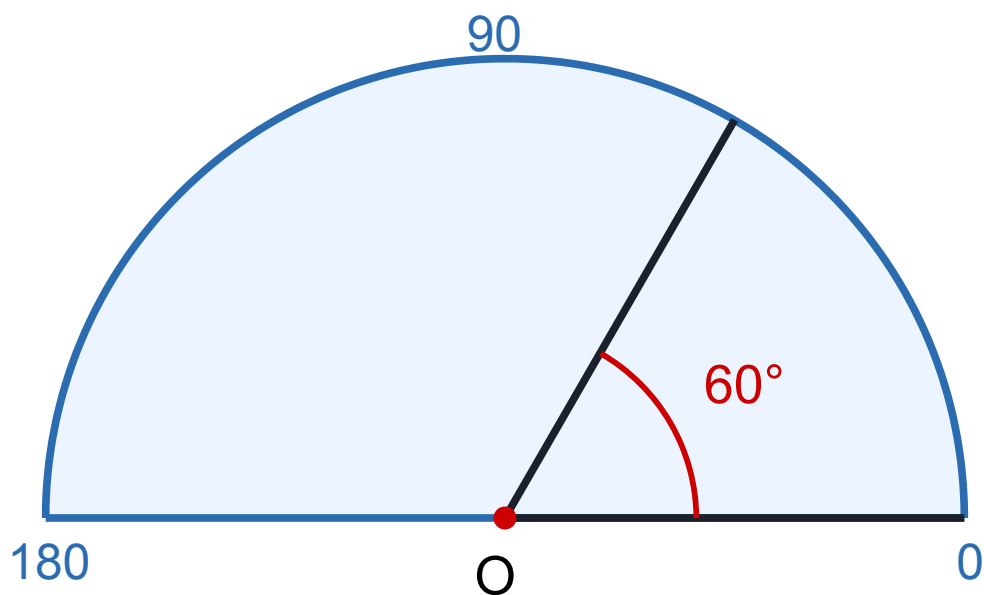


Рис. 3. Измеряем угол транспортиром: вершина — в центре, одна сторона — на нуле

**⚠ Частая ошибка:** на транспортире обычно ДВЕ шкалы (одна идёт слева направо, другая справа налево). Если совместил сторону с нулём слева — читай по той шкале, где стоит ноль. Иначе вместо  $60^\circ$  получишь  $120^\circ$ .  
Проверка здравым смыслом: острый угол меньше  $90^\circ$ , тупой — больше.

## Зоопарк углов

В зависимости от величины углы получили имена.

### Определения:

- **Острый угол** — меньше  $90^\circ$  (как кончик карандаша).
- **Прямой угол** — ровно  $90^\circ$  (угол тетради, стены и пола).
- **Тупой угол** — больше  $90^\circ$ , но меньше  $180^\circ$ .
- **Развёрнутый угол** — ровно  $180^\circ$  (стороны лежат на одной прямой).



Рис. 4. Острый, прямой и тупой углы

🤔 **А знаешь ли ты?** Почему в круге именно  $360^\circ$ , а не, скажем,  $100^\circ$ ? Это наследство древних вавилонян, которые считали в шестидесятеричной системе (по 60). Число 360 удобно делится: и на 2, и на 3, и на 4, и на 5, и на 6, и на 8, и на 9, и на 10, и на 12... Поэтому большинство «красивых» углов получаются целыми. Ловко придумано пять тысяч лет назад!

💡 **Лайфхак:** Прямой угол всегда обозначают на чертеже маленьким **квадратиком** в вершине, а не дугой. Увидел квадратик — знай: там ровно  $90^\circ$ .



## Разбор задач

**Задача 1. Дано:** луч OC проходит внутри угла AOB,  $\angle AOC = 35^\circ$ ,  $\angle COB = 48^\circ$ .

**Найти:**  $\angle AOB$ .

*Решение.*

1. Луч OC делит угол AOB на два угла: AOC и COB.
2. По свойству градусной меры весь угол равен сумме частей:  $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB = 35^\circ + 48^\circ = 83^\circ$ .

**Ответ:**  $83^\circ$ .

---

**Задача 2. Дано:**  $\angle MON = 120^\circ$ , луч OK проходит внутри угла,  $\angle MOK = 75^\circ$ . **Найти:**  $\angle KON$ .

*Решение.*

1. Весь угол MON разбит лучом OK на углы MOK и KON.
2. Значит,  $\angle MON = \angle MOK + \angle KON$ . Отсюда находим вторую часть:  $\angle KON = \angle MON - \angle MOK = 120^\circ - 75^\circ = 45^\circ$ .

**Ответ:**  $45^\circ$ .

---

**Задача 3. Дано:**  $\angle AOB = 90^\circ$  (прямой), луч OD проходит внутри него и делит угол на две равные части. **Найти:**  $\angle AOD$ .

*Решение.*

1. Луч делит угол на две **равные** части, значит  $\angle AOD = \angle DOB$ .
2. Их сумма равна целому углу:  $\angle AOD + \angle DOB = 90^\circ$ , то есть  $2 \cdot \angle AOD = 90^\circ$ .
3. Отсюда  $\angle AOD = 90^\circ : 2 = 45^\circ$ .

**Ответ:**  $45^\circ$ .

---

**Задача 4. Дано:** угол AOB развёрнутый ( $180^\circ$ ), внутри него проведены лучи OC и OD так, что  $\angle AOC = 50^\circ$ ,  $\angle DOB = 70^\circ$ . **Найти:**  $\angle COD$ .

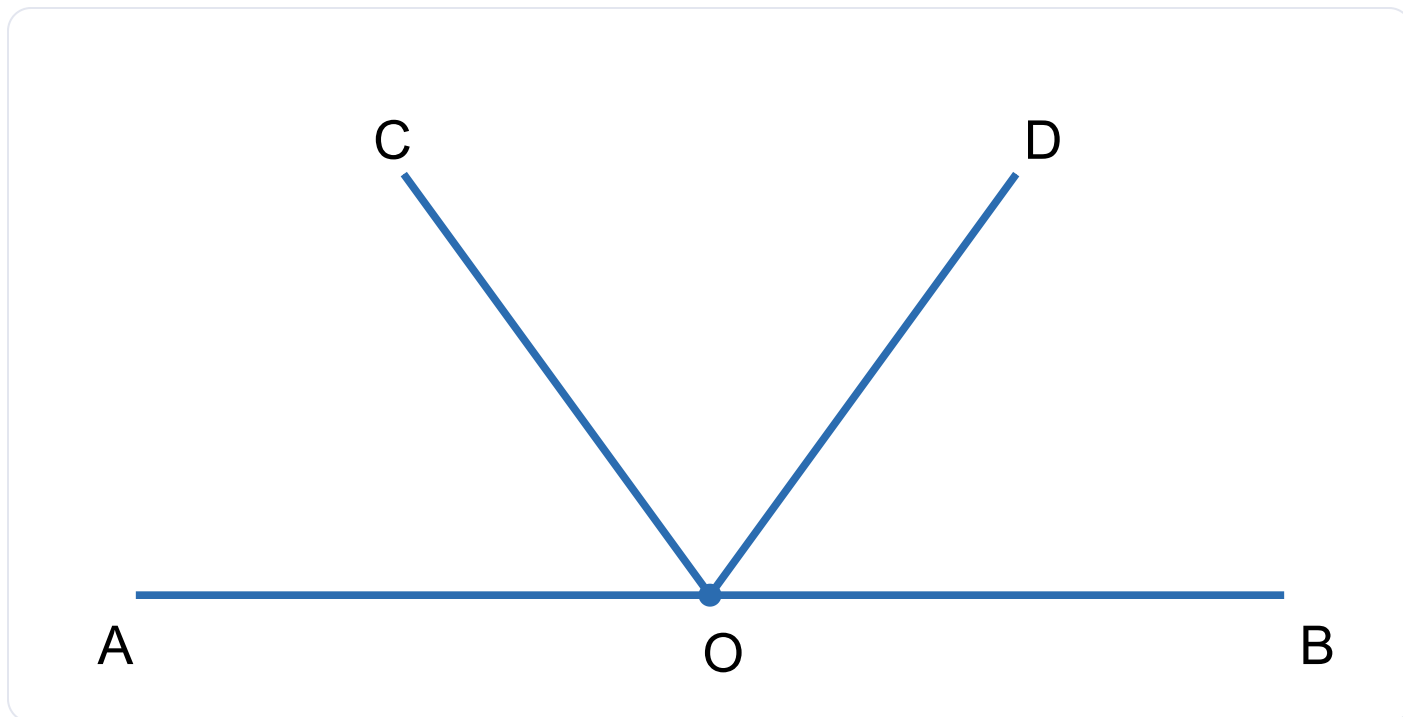


Рис. 5. Развёрнутый угол AOB с двумя лучами внутри

*Решение.*

1. Весь развёрнутый угол:  $\angle AOB = 180^\circ$ .
2. Он разбит на три части:  $\angle AOC$ ,  $\angle COD$  и  $\angle DOB$ . Значит:  $\angle AOC + \angle COD + \angle DOB = 180^\circ$ .
3. Подставляем известное:  $50^\circ + \angle COD + 70^\circ = 180^\circ$ .
4. Отсюда  $\angle COD = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$ .

**Ответ:**  $60^\circ$ .

---

**Задача 5. Дано:** луч OC проходит внутри угла AOB,  $\angle AOC$  в 2 раза больше  $\angle COB$ , а  $\angle AOB = 90^\circ$ . **Найти:**  $\angle AOC$  и  $\angle COB$ .

*Решение.*

1. Обозначим  $\angle COB = x$ . Тогда  $\angle AOC = 2x$ .
2. Сумма частей равна целому углу:  $x + 2x = 90^\circ$ , то есть  $3x = 90^\circ$ .

3. Отсюда  $x = 30^\circ$ . Значит  $\angle COB = 30^\circ$ , а  $\angle AOC = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$ .

4. Проверка:  $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$  — верно.

**Ответ:**  $\angle AOC = 60^\circ$ ,  $\angle COB = 30^\circ$ .

---

**Задача 6. Дано:**  $\angle AOB = 144^\circ$ , луч  $OK$  — биссектриса этого угла (делит его пополам). **Найти:**  $\angle AOK$ .

*Решение.*

1. Биссектриса делит угол на две равные части:  $\angle AOK = \angle KOB$ .

2. Значит, каждая часть равна половине угла:  $\angle AOK = \angle AOB : 2 = 144^\circ : 2 = 72^\circ$ .

**Ответ:**  $72^\circ$ .



### Запомни главное

- **Градус** — это  $\frac{1}{180}$  развёрнутого угла. Развёрнутый =  $180^\circ$ , прямой =  $90^\circ$ .
- **Острый**  $< 90^\circ$ , **прямой** =  $90^\circ$ , **тупой** между  $90^\circ$  и  $180^\circ$ .
- **Главное свойство:** если луч проходит внутри угла, то весь угол = сумме частей. На этом строятся почти все задачи.
- Прямой угол на чертеже — **квадратик**, а не дуга.
- Транспортир: вершина — в центр, одна сторона — на ноль, не перепутай шкалу.



### Домашнее задание

1. Начерти острый, прямой и тупой углы и измерь каждый транспортиром. Запиши величины.
2. Луч  $OC$  проходит внутри угла  $AOB$ .  $\angle AOC = 28^\circ$ ,  $\angle COB = 54^\circ$ . Найди  $\angle AOB$ .
3.  $\angle MON = 100^\circ$ , внутри проведён луч  $OP$ ,  $\angle PON = 37^\circ$ . Найди  $\angle MOP$ .

4. Угол равен  $78^\circ$ . Чему равна каждая часть, если его разделить пополам биссектрисой?
5. Развёрнутый угол  $AOB$  разбит лучом  $OC$ .  $\angle AOC = 115^\circ$ . Найди  $\angle COB$ .
6. Луч  $OD$  делит угол  $AOB$  на части так, что  $\angle AOD : \angle DOB = 3 : 2$ , а  $\angle AOB = 100^\circ$ . Найди  $\angle AOD$  и  $\angle DOB$ .
7. К какому виду относится угол величиной  $90^\circ$ ? А  $89^\circ$ ? А  $91^\circ$ ? А  $180^\circ$ ?
8. ★ Внутри прямого угла  $AOB$  проведены два луча  $OC$  и  $OD$  так, что  $\angle AOC = 25^\circ$ ,  $\angle BOD = 30^\circ$ . Найди  $\angle COD$ .