

Урок 7. Перпендикулярные прямые


Геометрия, 7 класс · Гл. I, §5 · ~45 минут

Что ты узнаешь

- Что такое **перпендикулярные прямые** и как их обозначают значком \perp .
- Почему, если две прямые перпендикулярны третьей, они **не пересекаются**.
- Где перпендикуляр прячется вокруг тебя — от стен дома до буквы «Т».
- Как решать задачи, где появляется прямой угол.

Разбираемся в теме

Посмотри на угол комнаты, где стена встречается с полом. Или на крест оконной рамы. Или на знак «плюс». Везде две линии встречаются «строго прямо», под прямым углом. У такой встречи есть специальное имя.

 **Определение:** Две прямые называются **перпендикулярными**, если при пересечении они образуют прямой угол (90°).

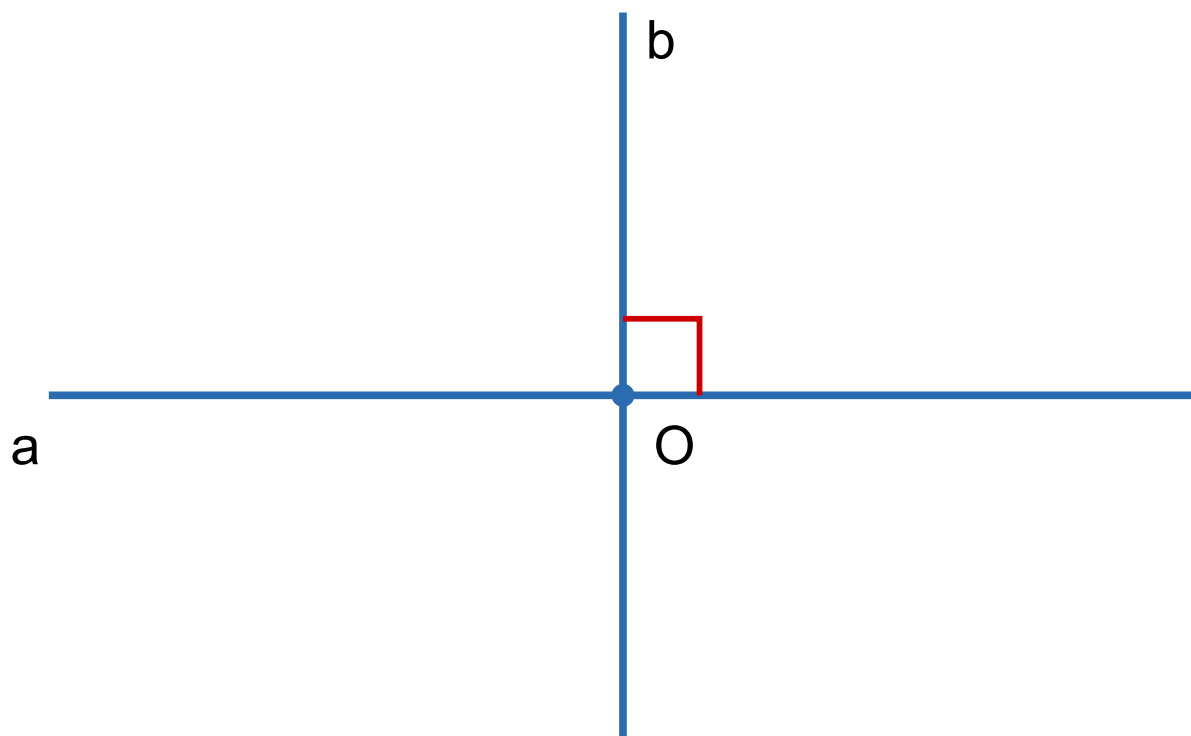





Рис. 1. Прямые a и b перпендикулярны: угол между ними прямой

Помнишь задачу из прошлого урока? Если при пересечении один угол прямой, то и все остальные тоже по 90° . Так что у перпендикулярных прямых **все четыре** угла прямые — не один, а сразу четыре.

 **Лайфхак:** Перпендикулярность записывают значком \perp . Запись $a \perp b$ читается «прямая a перпендикулярна прямой b ». Значок похож на ту самую букву «Т», поставленную ровно.


 **Начерти сам:** проведи прямую a . Приложи угол тетради (он прямой!) одной стороной к прямой a и обведи вторую сторону — получишь прямую b , перпендикулярную a . Поставь в углу квадратик.

 **Частая ошибка:** перпендикулярными бывают не только прямые, но и **отрезки**, и **лучи**. Главное — чтобы прямой угол. И ещё: на чертеже

перпендикулярность отмечают **квадратиком** в вершине, а не словами и не дугой.

Перпендикуляр в жизни

Перпендикуляр — это не школьная абстракция, а основа всего, что стоит ровно и не падает.

 **А знаешь ли ты?** Строители проверяют, ровно ли стоит стена, с помощью **отвеса** — груза на верёвочке. Верёвка под действием силы тяжести всегда висит строго вниз, перпендикулярно горизонту. Если стена параллельна верёвке — она стоит ровно. А ещё египтяне 4500 лет назад строили прямые углы при возведении пирамид с помощью верёвки с 12 узлами (стороны 3-4-5) — и углы получались идеальными!

Где ещё живёт перпендикуляр: лист бумаги (углы 90°), шахматная доска, перекрёсток дорог, мачта корабля и палуба, ножки стола и пол.

Свойство: перпендикуляры к одной прямой не пересекаются

А вот теперь самое интересное свойство. Проведём прямую a и опустим на неё два перпендикуляра — прямые b и c .

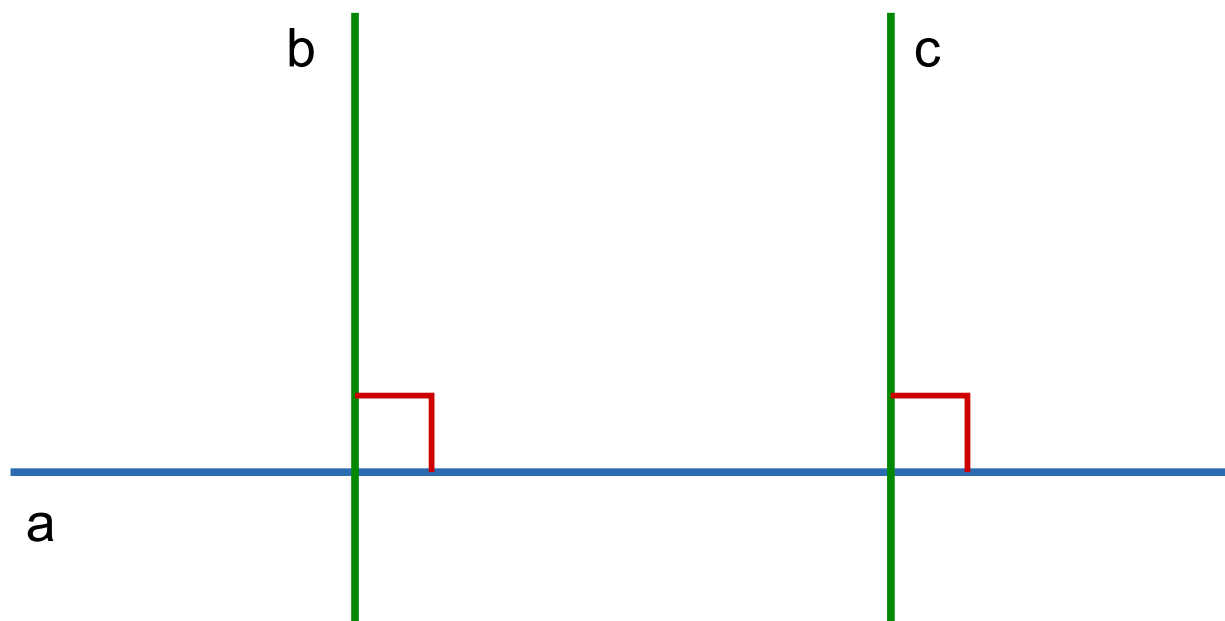




Рис. 2. Прямые b и c перпендикулярны прямой a . Они «идут рядом» и никогда не встретятся

Видишь? Прямые b и c как два столба у дороги — стоят параллельно и никогда не сойдутся, сколько их ни продолжай.

 **Свойство:** Две прямые, перпендикулярные третьей, не пересекаются.

Давай поймём, почему это так, «на пальцах». Представь, что b и c всё-таки пересеклись бы где-то в точке. Тогда из одной точки к прямой a выходили бы сразу ДВЕ разные прямые, и обе под прямым углом. Но через точку можно провести только один перпендикуляр к прямой — двух «прямых углов» в одну сторону не бывает. Получается противоречие, значит наше предположение неверно: b и c пересечься не могут.

 **Лайфхак:** Это свойство — первый «мостик» к теме параллельных прямых. Перпендикуляры к одной прямой всегда параллельны между собой. Запомни: \perp к одной и той же прямой $\rightarrow \parallel$ между собой.



Разбор задач

Задача 1. Дано: прямые a и b пересекаются, $a \perp b$. **Найти:** все углы, которые они образуют.

Решение.

1. По определению перпендикулярных прямых один из углов равен 90° .
2. Смежный с ним $= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Вертикальные тоже по 90° .
3. Значит, все четыре угла прямые.

Ответ: все четыре угла по 90° .

Задача 2. Дано: прямые пересекаются, один из углов равен 90° . **Доказать:** прямые перпендикулярны.

Решение.

1. По определению, прямые перпендикулярны, если при пересечении образуют прямой угол.
2. Нам дано, что один угол равен 90° — это и есть прямой угол.
3. Значит, условие определения выполнено.

Ответ: доказано: прямые перпендикулярны.

Задача 3. Дано: прямая CD пересекает прямую AB в точке O под прямым углом. Внутри прямого угла BOC проведён луч OK так, что $\angle BOK = 35^\circ$. **Найти:** $\angle KOC$.

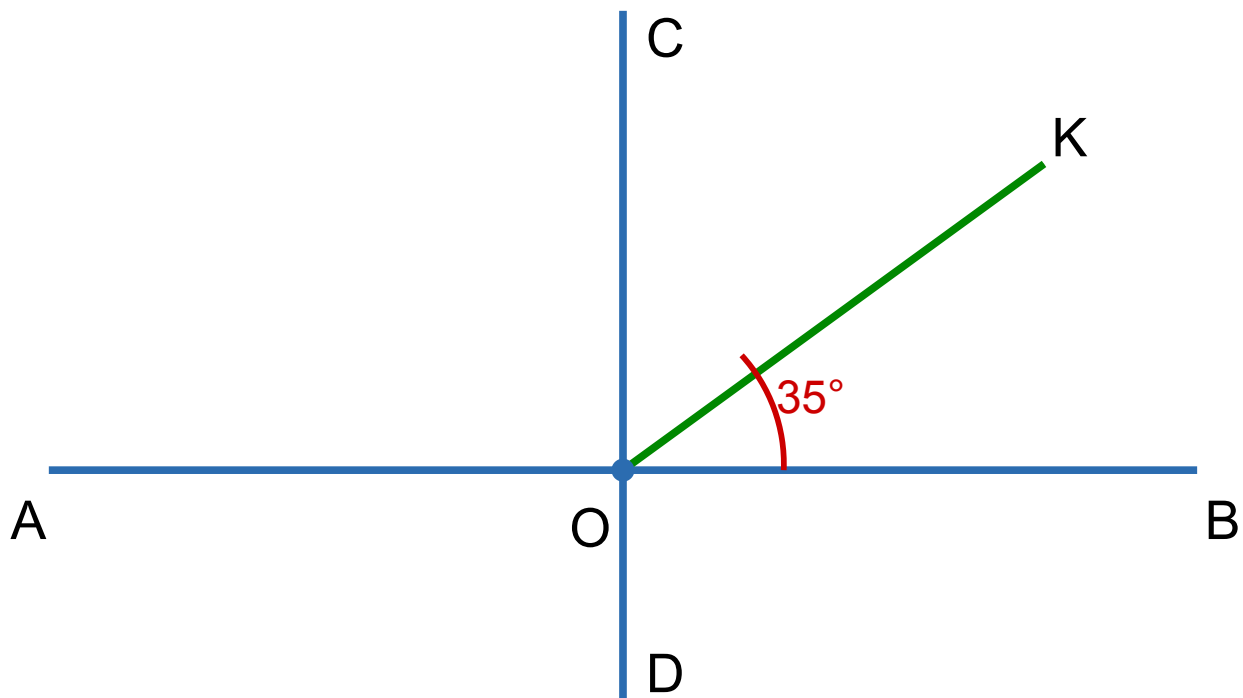


Рис. 3. $CD \perp AB$, внутри угла BOC проведён луч OK

Решение.

1. Поскольку $CD \perp AB$, угол $\angle BOC = 90^\circ$.
2. Луч OK проходит внутри угла BOC , поэтому он делит его на два угла: $\angle BOC = \angle BOK + \angle KOC$.
3. Значит, $\angle KOC = \angle BOC - \angle BOK = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.

Ответ: 55° .

Задача 4. Дано: $a \perp c$ и $b \perp c$ (прямые a и b обе перпендикулярны прямой c).

Доказать: прямые a и b не пересекаются.

Решение.

1. Предположим обратное: пусть a и b пересекаются в некоторой точке M .
2. Тогда через точку M к прямой c проведены две прямые (a и b), и обе под прямым углом.

3. Но через данную точку можно провести только один перпендикуляр к прямой.
4. Получили противоречие. Значит, предположение неверно.

Ответ: доказано: а и b не пересекаются.

Задача 5. Дано: прямые AB и CD пересекаются в точке O, $\angle AOC = 90^\circ$. **Найти:** $\angle AOD$ и $\angle BOC$.

Решение.

1. $\angle AOC = 90^\circ$, значит $AB \perp CD$, и все углы при пересечении прямые.
2. $\angle AOD$ смежный с $\angle AOC$: $\angle AOD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.
3. $\angle BOC$ смежный с $\angle AOC$: $\angle BOC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

Ответ: $\angle AOD = 90^\circ$, $\angle BOC = 90^\circ$.

Задача 6. Дано: луч OM — биссектриса прямого угла AOB ($\angle AOB = 90^\circ$). **Найти:** $\angle AOM$.

Решение.

1. Биссектриса делит угол пополам: $\angle AOM = \angle MOB$.
2. Значит, $\angle AOM = \angle AOB : 2 = 90^\circ : 2 = 45^\circ$.

Ответ: 45° .



Запомни главное

- **Перпендикулярные прямые** при пересечении образуют **прямой угол** (90°). Тогда все четыре угла по 90° .
- Обозначение: $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$. На чертеже — **квадратик** в вершине.
- Перпендикулярными бывают прямые, лучи и отрезки.
- **Свойство:** две прямые, перпендикулярные третьей, **не пересекаются** (они параллельны).
- Через точку к прямой можно провести только **один** перпендикуляр.



Домашнее задание

1. Начерти прямую и проведи к ней перпендикуляр с помощью угольника.
Поставь квадратик.
2. Запиши значком: «прямая m перпендикулярна прямой n ».
3. Прямые пересекаются, один угол равен 90° . Чему равны остальные три?
4. Прямые a и b перпендикулярны прямой c . Пересекаются ли a и b ? Почему?
5. $CD \perp AB$ в точке O . Внутри прямого угла AOC проведён луч OP , $\angle AOP = 28^\circ$.
Найди $\angle POC$.
6. Луч ON — биссектриса прямого угла. Найди величину каждой из двух частей.
7. Найди вокруг себя три примера перпендикулярных линий и запиши их.
8. ★ Прямые AB и CD перпендикулярны и пересекаются в точке O . Луч OK проходит внутри угла BOD так, что $\angle BOK = 30^\circ$. Найди $\angle KOA$.