

Урок 15. Признаки параллельности двух прямых


Геометрия, 7 класс · Гл. III, §1 · ~45 минут

Что ты узнаешь

- Какие прямые называются **параллельными** и почему они «никогда не встретятся».
- Как одна прямая-секущая, пересекая две прямые, образует целую коллекцию углов с красивыми именами: **накрест лежащие, односторонние, соответственные**.
- Три **признака параллельности** — три способа доказать, что прямые параллельны, даже не продолжая их до бесконечности.

Разбираемся в теме

Представь две железнодорожные рельсы. Они тянутся вдаль, вдаль, вдаль... и никогда не пересекаются. Вот это и есть параллельные прямые. Но в геометрии «никогда» — слово опасное: мы же не можем продлить прямые до бесконечности и проверить глазами! Значит, нужен хитрый способ определить параллельность, не выходя из тетради. Этим мы сегодня и займёмся.

 **Определение:** Две прямые на плоскости называются **параллельными**, если они **не пересекаются**. Записывают так: **$a \parallel b$** (читается «а параллельно бэ»).

Обрати внимание: «не пересекаются» — это значит не пересекаются, **сколько их ни продолжай**. Отрезки тоже называют параллельными, если параллельны прямые, на которых они лежат.

⚠ **Частая ошибка:** «Прямые не пересеклись на моём чертеже — значит, параллельны». Нет! Может, они пересекутся чуть дальше, за краем листа. Глазам верить нельзя — нужно доказательство.

Секущая и углы при ней

Возьмём две прямые **a** и **b** и пересечём их **третьей** прямой **c**. Эта третья прямая называется **секущей**.

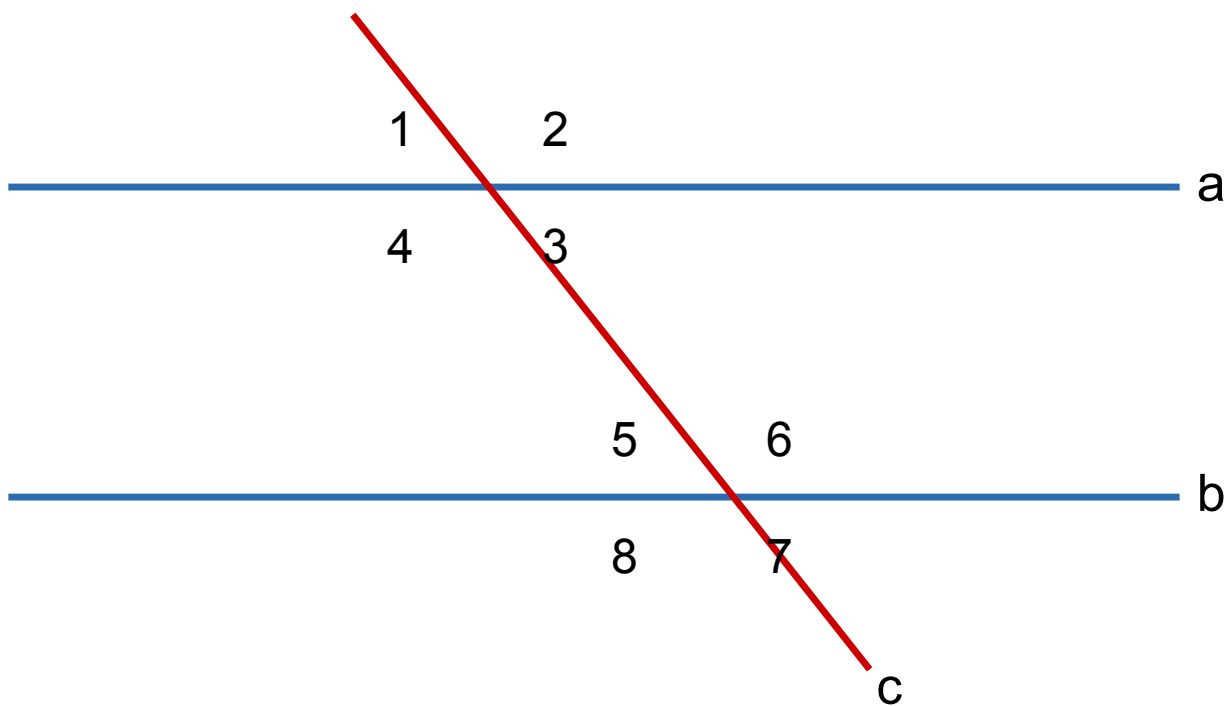


Рис. 1. Прямые *a* и *b* пересечены секущей *c* — образуется 8 углов

Секущая образует **8 углов** — по четыре в каждой точке пересечения. У некоторых пар этих углов есть особые имена. Запоминай по картинке выше (углы пронумерованы 1–8).

▢ **Накрест лежащие углы** лежат «крест-накрест» относительно секущей, между прямыми *a* и *b*, но по разные стороны от секущей. Это пары: **3 и 5, 4 и**

6.

▢ **Односторонние углы** лежат между прямыми a и b и по **одну** сторону от секущей. Это пары: **4 и 5, 3 и 6**.

▢ **Соответственные углы** лежат по одну сторону от секущей, но один — над своей прямой, другой — над своей (они «смотрят в одну сторону»). Это пары: **1 и 5, 2 и 6, 4 и 8, 3 и 7**.

💡 **Лайфхак:** Чтобы не путаться:

- **накрест лежащие** — буква «Z» (зигзаг): угол в одном уголке Z и в противоположном;
- **односторонние** — буква «П» (или «U»): оба угла внутри, с одной стороны;
- **соответственные** — буква «F»: углы стоят одинаково, «под копирку».


🕒 **Начерти сам:** Нарисуй две прямые и секущую, пронумеруй все 8 углов. Найди и обведи цветом пару накрест лежащих, пару односторонних и пару соответственных углов.

Три признака параллельности


А теперь — самое главное. Оказывается, по углам при секущей можно **узнать**, параллельны прямые или нет. Вот три признака.

📌 **Признак 1 (по накрест лежащим углам):** Если при пересечении двух прямых секущей **накрест лежащие углы равны**, то прямые параллельны.

📌 **Признак 2 (по соответственным углам):** Если при пересечении двух прямых секущей **соответственные углы равны**, то прямые параллельны.

 **Признак 3 (по односторонним углам):** Если при пересечении двух прямых секущей сумма **односторонних углов равна 180°** , то прямые параллельны.

Идея доказательства первого признака (простыми словами). Пусть накрест лежащие углы равны, а прямые всё-таки пересекаются в какой-то точке — образуется треугольник. Тогда один из наших равных углов оказывается **внешним** углом этого треугольника, а другой — внутренним, не смежным с ним. Но внешний угол треугольника всегда **больше** любого внутреннего, не смежного с ним (это мы знаем из главы про треугольники). Значит, они не могут быть равны — противоречие! Стало быть, прямые не пересекаются, то есть параллельны. А второй и третий признаки легко получаются из первого: соответственные и накрест лежащие углы связаны через вертикальные и смежные углы. Например, если соответственные равны, то накрест лежащие тоже окажутся равны (вертикальные углы равны), — и работает признак 1.

 **А знаешь ли ты?** Этот способ рассуждения — «предположим обратное и получим чепуху» — называется **доказательством от противного**. Им пользовались ещё древнегреческие математики 2300 лет назад. Очень мощный приём: его применяют и в современной науке.

Разбор задач

Задача 1. Дано: прямые a и b пересечены секущей c ; накрест лежащие углы равны: $\angle 1 = 40^\circ$ и $\angle 2 = 40^\circ$. **Доказать:** $a \parallel b$. *Решение.*

1. Углы $\angle 1$ и $\angle 2$ — накрест лежащие при секущей c .
2. По условию $\angle 1 = \angle 2 = 40^\circ$, то есть накрест лежащие углы равны.
3. По **признаку 1** (накрест лежащие углы равны \rightarrow прямые параллельны) заключаем, что $a \parallel b$. **Ответ:** $a \parallel b$, что и требовалось доказать.

Задача 2. Дано: секущая образует с прямыми a и b соответственные углы $\angle 1 = 115^\circ$ и $\angle 2 = 115^\circ$. **Доказать:** $a \parallel b$. *Решение.*

1. $\angle 1$ и $\angle 2$ — соответственные углы.
2. Они равны (по 115°).
3. По **признаку 2** прямые параллельны. **Ответ:** $a \parallel b$.

Задача 3. Дано: при секущей односторонние углы $\angle 1 = 65^\circ$ и $\angle 2 = 115^\circ$. **Найти:** параллельны ли прямые. *Решение.*

1. $\angle 1$ и $\angle 2$ — односторонние.
2. Сумма: $65^\circ + 115^\circ = 180^\circ$.
3. По **признаку 3** (сумма односторонних = 180°) прямые параллельны. **Ответ:** да, прямые параллельны.

Задача 4. Дано: при секущей один из накрест лежащих углов равен 70° , а другой равен 80° . **Найти:** можно ли утверждать, что прямые параллельны. *Решение.*

1. Накрест лежащие углы должны быть равны для параллельности.
2. Здесь $70^\circ \neq 80^\circ$ — углы не равны.
3. Значит, признак параллельности **не выполняется**, и прямые **не** параллельны (они пересекутся). **Ответ:** нет, прямые не параллельны.

Задача 5. Дано: секущая образует с прямой a угол 50° (накрест лежащий с углом при прямой b). Каким должен быть угол при прямой b , чтобы $a \parallel b$? **Найти:** искомый угол. *Решение.*

1. По признаку 1 для параллельности накрест лежащие углы должны быть равны.
2. Значит, угол при b должен равняться углу при a .
3. Угол при a равен $50^\circ \rightarrow$ угол при $b = 50^\circ$. **Ответ:** 50° .

Задача 6. Дано: один из односторонних углов при секущей равен 120° . **Найти:** каким должен быть второй односторонний угол, чтобы прямые были параллельны. *Решение.*

1. По признаку 3 сумма односторонних углов = 180° .

2. Второй угол = $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. **Ответ:** 60° .



Запомни главное

- **Параллельные прямые** — это прямые на плоскости, которые **не пересекаются**: $a \parallel b$.
 - Секущая образует с двумя прямыми **8 углов**. Важные пары: **накрест лежащие** (Z), **односторонние** (П), **соответственные** (F).
 - **Три признака параллельности**:
 1. накрест лежащие равны \rightarrow параллельны;
 2. соответственные равны \rightarrow параллельны;
 3. сумма односторонних = $180^\circ \rightarrow$ параллельны.
 - Все три доказываются от противного через внешний угол треугольника.
-



Домашнее задание

1. Дай определение параллельных прямых и запиши обозначение.
2. Начерти две прямые и секущую, пронумеруй 8 углов. Выпиши все пары: накрест лежащих, односторонних, соответственных углов.
3. Накрест лежащие углы при секущей равны 38° и 38° . Параллельны ли прямые? Какой признак ты применил?
4. Соответственные углы равны 100° и 95° . Параллельны ли прямые?
5. Один односторонний угол равен 75° . Каким должен быть другой, чтобы прямые были параллельны?
6. Накрест лежащий угол равен 62° . Каким должен быть второй накрест лежащий, чтобы прямые были параллельны?

7. Объясни своими словами, почему «прямые не пересеклись на чертеже» ещё не значит «параллельны».
8. ★ При секущей соответственные углы равны 130° . Найди величину одностороннего угла (с тем же из накрест лежащих) и проверь, выполняется ли признак 3.
-