

Урок 17. Свойства параллельных прямых


Геометрия, 7 класс · Гл. III, §2 · ~45 минут

Что ты узнаешь

- Чем **свойство** параллельных отличается от **признака** (это разные вещи — путать нельзя!).
- Три свойства параллельных прямых: про накрест лежащие, соответственные и односторонние углы.
- Как, зная **один** угол при двух параллельных, мгновенно вычислить **все восемь**.

Разбираемся в теме

На прошлых уроках мы научились **узнавать** параллельность: «если углы такие-то — то прямые параллельны». Это были **признаки**. А теперь повернём стрелку в обратную сторону: «прямые **уже** параллельны — а что мы можем сказать про углы?» Это будут **свойства**. Грубо говоря, признаки и свойства — это «туда» и «обратно».

 **Лайфхак:** Различай:

- **Признак:** *углы такие* → *значит, прямые параллельны* (доказываем параллельность).
- **Свойство:** *прямые параллельны* → *значит, углы такие* (используем готовую параллельность для вычислений). Это «обратные» друг другу теоремы.

Три свойства

✎ **Свойство 1:** Если две параллельные прямые пересечены секущей, то **накрест лежащие углы равны.**

✎ **Свойство 2:** Если две параллельные прямые пересечены секущей, то **соответственные углы равны.**

✎ **Свойство 3:** Если две параллельные прямые пересечены секущей, то **сумма односторонних углов равна 180° .**

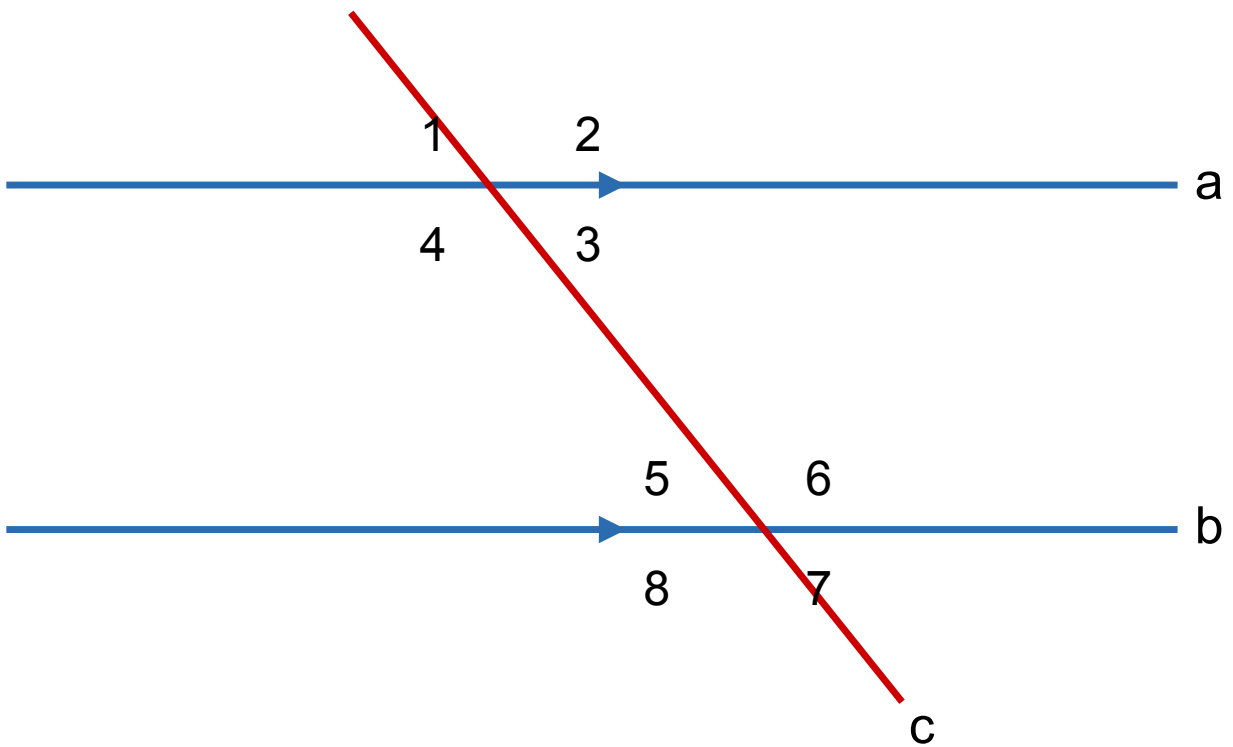


Рис. 1. $a \parallel b$ (галочки-стрелки), секущая c ; углы пронумерованы 1–8

Идея доказательства свойства 1. Пусть $a \parallel b$, секущая c . Предположим, накрест лежащие углы **не** равны. Тогда через ту же точку на секущей можно провести **другую** прямую, которая даст с секущей такой накрест лежащий угол, равный углу у прямой a , — и по **признаку 1** эта новая прямая будет параллельна a . Получится, что через одну точку проходят две прямые, параллельные a (сама b и эта новая). А это запрещено **аксиомой параллельных!** Противоречие. Значит, накрест лежащие углы всё-таки равны.

Свойства 2 и 3 выводятся из свойства 1 моментально:

- **соответственные** равны накрест лежащим как вертикальные \rightarrow значит, тоже равны;
- **односторонний** угол — смежный с накрест лежащим, а смежные дают в сумме $180^\circ \rightarrow$ значит, сумма односторонних $= 180^\circ$.

⚠ Частая ошибка: Свойства работают **только если прямые параллельны!** Если про параллельность ничего не сказано — равенства углов нет. Сначала убедись, что в условии есть « $a \parallel b$ » (или это доказано), и лишь потом пиши «накрест лежащие равны».

Главный трюк: один угол \rightarrow все восемь

Если прямые параллельны, то среди восьми углов всего **два разных** значения, и они в сумме дают 180° . Зная один угол (например, 70°), сразу получаешь все:

- все углы, равные ему (вертикальные, накрест лежащие, соответственные) = **70°** ;
- все смежные с ним (односторонние, смежные) $= 180^\circ - 70^\circ = \mathbf{110^\circ}$.

💡 Лайфхак: «**Острые равны острым, тупые равны тупым, острый + тупой = 180°** ». Это всё, что нужно помнить для вычисления углов при параллельных.

🕒 **Начерти сам:** Проведи $a \parallel b$ и секущую. Подпиши один из углов как 65° . Не измеряя, поставь значения всех остальных семи углов.



Разбор задач

Задача 1. Дано: $a \parallel b$, секущая c ; один из накрест лежащих углов равен 48° .

Найти: второй накрест лежащий угол. *Решение.*

1. $a \parallel b$ — значит, работает **свойство 1**: накрест лежащие углы равны.
2. Второй накрест лежащий = 48° . **Ответ:** 48° .

Задача 2. Дано: $a \parallel b$, секущая c ; соответственный угол равен 123° . **Найти:**

второй соответственный угол. *Решение.*

1. По **свойству 2** соответственные углы при параллельных равны.
2. Второй = 123° . **Ответ:** 123° .

Задача 3. Дано: $a \parallel b$, секущая c ; один из односторонних углов равен 105° .

Найти: второй односторонний угол. *Решение.*

1. По **свойству 3** сумма односторонних углов = 180° .
2. Второй = $180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$. **Ответ:** 75° .

Задача 4. Дано: $a \parallel b$, секущая c ; угол $\angle 1 = 70^\circ$ (см. Рис. 1). **Найти:** все остальные углы $\angle 2 \dots \angle 8$. *Решение.*

1. $\angle 1 = 70^\circ$.
2. Смежные с $\angle 1$: $\angle 2 = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ и $\angle 4 = 110^\circ$.
3. Вертикальный к $\angle 1$: $\angle 3 = 70^\circ$.
4. По параллельности «копируем» углы вниз: соответственные равны.
 - $\angle 5 = \angle 1 = 70^\circ$ (соответственные), $\angle 7 = 70^\circ$.
 - $\angle 6 = \angle 2 = 110^\circ$ (соответственные), $\angle 8 = 110^\circ$. **Ответ:** углы по 70° : $\angle 1, \angle 3, \angle 5, \angle 7$; углы по 110° : $\angle 2, \angle 4, \angle 6, \angle 8$.

Задача 5. Дано: $a \parallel b$; накрест лежащие углы при секущей равны $(3x + 10)^\circ$ и $(5x - 30)^\circ$. **Найти:** x и величину этих углов. *Решение.*

1. По свойству 1 накрест лежащие при параллельных равны: $3x + 10 = 5x - 30$.
2. $10 + 30 = 5x - 3x \rightarrow 40 = 2x \rightarrow x = 20$.
3. Угол: $3 \cdot 20 + 10 = 70^\circ$. **Ответ:** $x = 20$, углы по 70° .

Задача 6. Дано: $a \parallel b$; односторонние углы относятся как 2 : 3. **Найти:** величины этих углов. *Решение.*

1. По свойству 3 их сумма = 180° .
2. Части: $2x + 3x = 180^\circ \rightarrow 5x = 180^\circ \rightarrow x = 36^\circ$.
3. Углы: $2 \cdot 36 = 72^\circ$ и $3 \cdot 36 = 108^\circ$. **Ответ:** 72° и 108° .



Запомни главное

- **Свойство** = обратная сторона признака: *прямые параллельны* \rightarrow углы такие.
- При **параллельных** прямых, пересечённых секущей:
 1. накрест лежащие углы **равны**;
 2. соответственные углы **равны**;
 3. сумма односторонних углов = **180°** .
- Доказываются от противного через **аксиому параллельных**.
- Зная один угол, находишь все восемь: «острые = острым, тупые = тупым, острый + тупой = 180° ».
- Свойства применимы, **только** если параллельность дана или доказана!



Домашнее задание

1. Объясни своими словами разницу между признаком и свойством параллельных прямых.
 2. Сформулируй три свойства параллельных прямых.
 3. $a \parallel b$, секущая. Один накрест лежащий угол равен 53° . Найди второй.
 4. $a \parallel b$. Соответственный угол равен 118° . Найди второй соответственный.
 5. $a \parallel b$. Один из односторонних углов равен 64° . Найди второй.
 6. $a \parallel b$, один из восьми углов равен 40° . Найди все остальные семь.
 7. $a \parallel b$; накрест лежащие углы равны $(2x + 15)^\circ$ и $(4x - 25)^\circ$. Найди x и сам угол.
 8. $a \parallel b$; односторонние углы относятся как $4 : 5$. Найди оба угла.
 9. ★ $a \parallel b$, секущая. Один из углов на 40° больше своего одностороннего соседа. Найди оба этих угла.
-