

Урок 19. Внешний угол треугольника


Геометрия, 7 класс · Гл. IV, §1 учебника Атанасяна · ~45 минут

Что ты узнаешь

- Что такое внешний угол треугольника и чем он отличается от обычного (внутреннего).
- Главную теорему: внешний угол равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним.
- Почему внешний угол всегда больше каждого из этих двух углов.
- Как с помощью внешнего угла решать задачи быстрее, чем «в лоб».

Разбираемся в теме

Представь, что ты идёшь по дороге, которая образует сторону треугольника, приходишь до вершины — и вместо того чтобы повернуть внутрь треугольника, продолжаешь шагать дальше, **за вершину**. Сторона как бы «вылезает наружу». Угол, который при этом образуется снаружи треугольника, и называют **внешним**.

 **Определение: Внешний угол** треугольника — это угол, **смежный** с каким-нибудь внутренним углом треугольника. Чтобы его получить, нужно продлить одну из сторон треугольника за вершину.

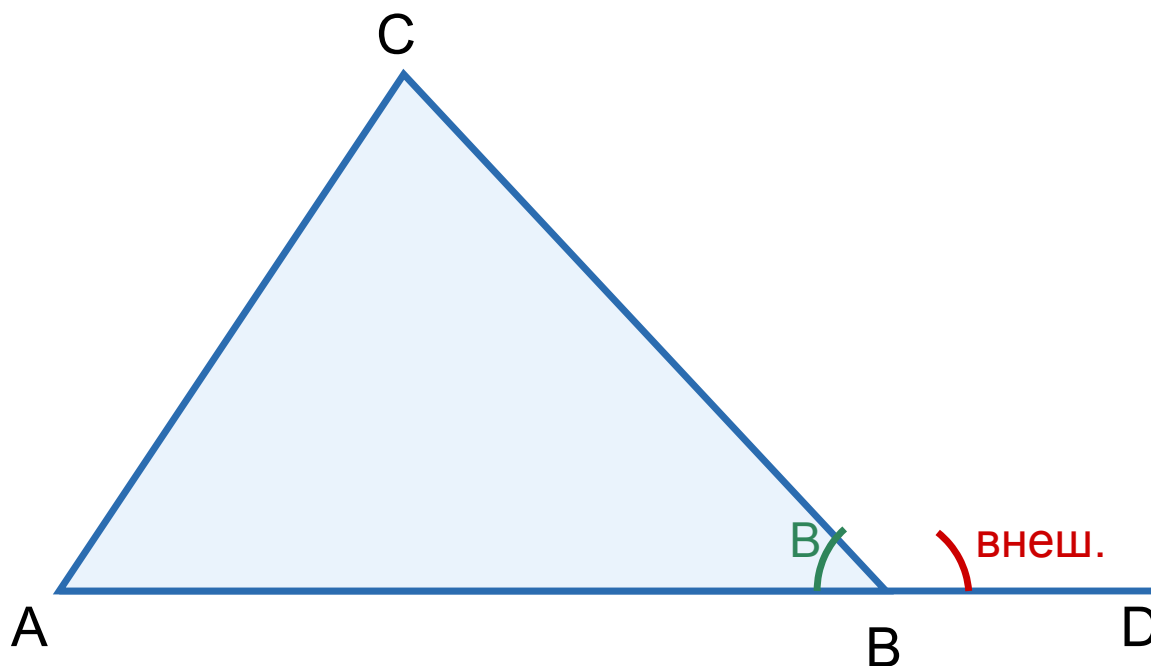



Рис. 1. Сторона AB продлена за вершину B ; $\angle CBD$ — внешний угол при вершине B

На рисунке мы продлили сторону AB за точку B до точки D . Угол CBD — внешний угол треугольника при вершине B . Он смежный с внутренним углом B (углом ABC).

💡 Лайфхак: Внутренний и внешний угол при одной вершине — соседи (смежные). А смежные углы в сумме дают 180° . Значит, внешний угол = 180° – внутренний угол. Это уже мощный инструмент!

Главная теорема урока

А теперь — самое красивое. Внешний угол связан не только со «своим» внутренним соседом, но и с двумя *другими* углами треугольника.

 **Теорема:** Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним.

Что значит «не смежных с ним»? У внешнего угла при вершине B есть сосед — внутренний угол B . А «не смежные» — это два оставшихся угла: угол A и угол C . Теорема говорит: **внешний угол при $B = \angle A + \angle C$.**

Доказательство

Это докажем легко — у нас уже есть теорема о сумме углов треугольника.

1. Внутренний угол B и внешний угол при B — **смежные**, значит их сумма 180° :
 $\angle B + (\text{внешний}) = 180^\circ$, откуда **внешний = $180^\circ - \angle B$.**
2. Сумма всех углов треугольника равна 180° : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, откуда **$\angle A + \angle C = 180^\circ - \angle B$.**
3. В правых частях обоих равенств стоит одно и то же — « $180^\circ - \angle B$ ». Значит, и левые части равны: **внешний = $\angle A + \angle C$.**

Что и требовалось доказать. ■

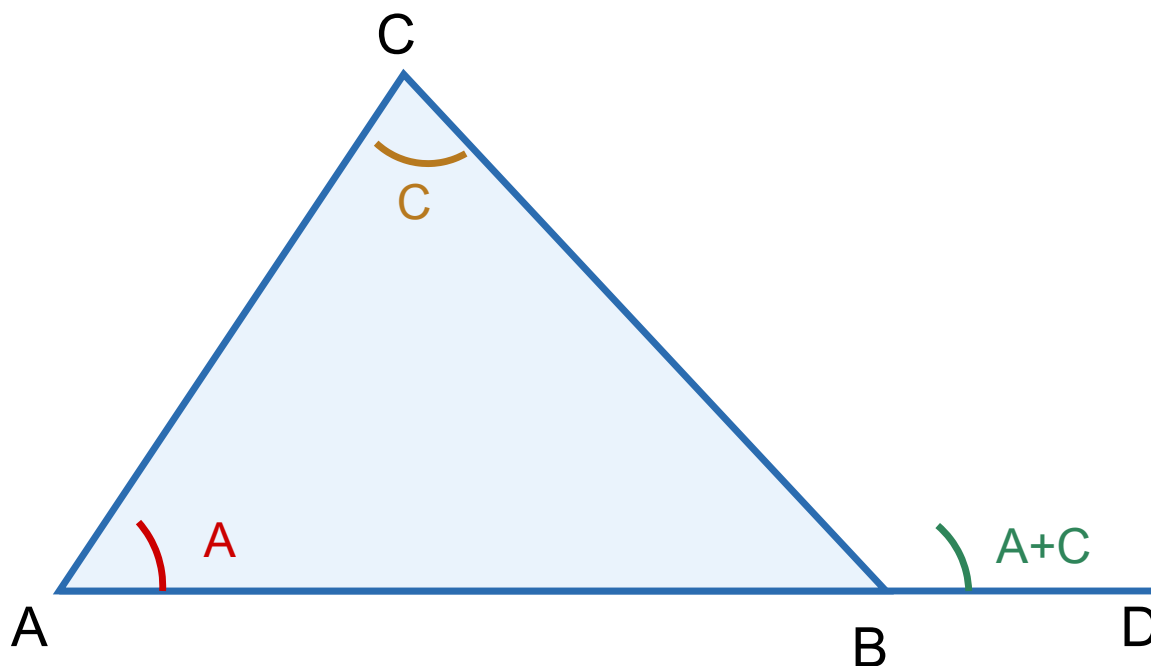


Рис. 2. Внешний угол при B равен сумме углов A и C

📌 Следствие: Внешний угол треугольника **больше** каждого из двух не смежных с ним внутренних углов. (Ведь он равен их сумме, а каждое слагаемое меньше суммы — углы-то положительные.)

⚠ Частая ошибка: Складывать со внешним углом *все три* внутренних или прибавлять «своего» соседа. Нет! Внешний угол равен сумме именно **двух** углов — тех, что лежат в *других* вершинах, не рядом с ним.

🕒 Начерти сам: нарисуй треугольник, продли одну сторону за вершину и от руки прикинь, какие два угла «складываются» во внешний. Проверь: внешний должен

оказаться больше каждого из них.

🤔 **А знаешь ли ты?** У каждой вершины треугольника можно построить *два* внешних угла (продлить сторону можно в каждую из двух сторон). Но они равны между собой как вертикальные. Так что обычно говорят просто «внешний угол при вершине».

Разбор задач

Задача 1. Внешний угол треугольника при вершине C равен 120° . Один из внутренних углов, не смежных с ним, равен 50° . Найди второй такой угол.

Дано: внешний угол при $C = 120^\circ$, $\angle A = 50^\circ$. **Найти:** $\angle B$.

Решение. По теореме о внешнем угле: внешний = $\angle A + \angle B$. $120^\circ = 50^\circ + \angle B$, откуда $\angle B = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ$.

Ответ: 70° .

Задача 2. В треугольнике ABC $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 60^\circ$. Найди внешний угол при вершине C .

Дано: $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 60^\circ$. **Найти:** внешний угол при C .

Решение. Внешний угол при C равен сумме двух не смежных с ним углов — это углы A и B : внешний = $\angle A + \angle B = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ$.

Проверка: внутренний угол $C = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$. Внешний = $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$. ✓

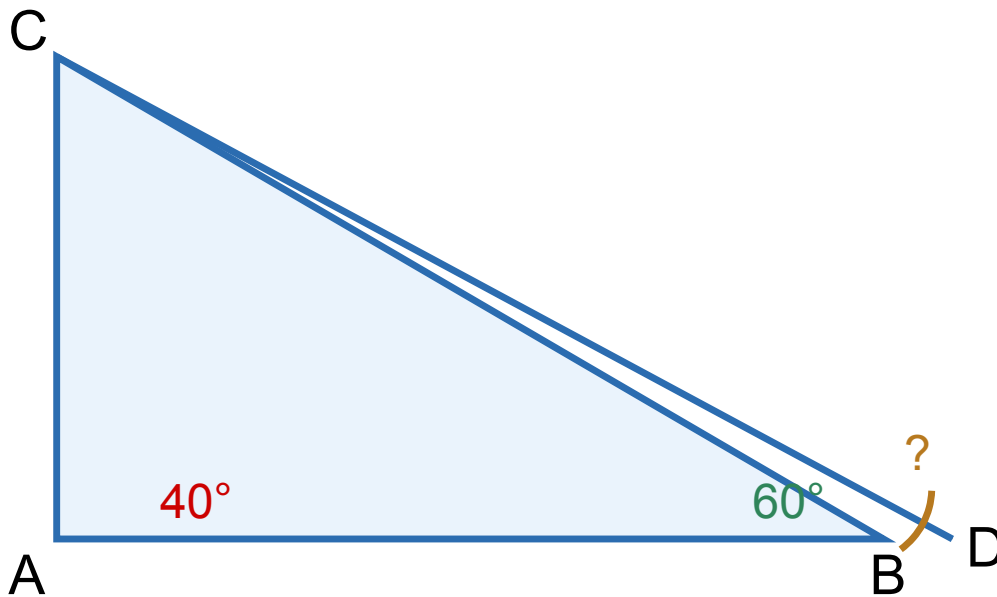


Рис. 3. Внешний угол при вершине B (сторона CB продлена до D)

Ответ: 100°.

Задача 3. Внешний угол при вершине треугольника равен 95°. Найди внутренний угол при этой же вершине.

Дано: внешний угол = 95°. **Найти:** смежный с ним внутренний угол.

Решение. Внешний и внутренний углы при одной вершине — смежные, их сумма 180°. Внутренний = $180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$.

Ответ: 85°.

Задача 4. В равнобедренном треугольнике угол при основании равен 65° . Найди внешний угол при вершине, противолежащей основанию.

Дано: треугольник равнобедренный, углы при основании по 65° . **Найти:** внешний угол при вершине.

Решение. Внешний угол при вершине равен сумме двух не смежных с ним внутренних углов — а это как раз два угла при основании: $\text{внешний} = 65^\circ + 65^\circ = 130^\circ$.

Ответ: 130° .

Задача 5. Внешний угол треугольника равен 140° , а два не смежных с ним внутренних угла равны между собой. Найди эти углы.

Дано: внешний угол = 140° , два не смежных угла равны. **Найти:** эти углы.

Решение. Сумма двух не смежных углов равна внешнему: их сумма 140° . Раз они равны, каждый: $140^\circ \div 2 = 70^\circ$.

Ответ: по 70° .

Задача 6. Докажи, что внешний угол треугольника больше любого внутреннего угла, не смежного с ним.

Дано: треугольник ABC, внешний угол при C. **Доказать:** он больше угла A и больше угла B.

Решение. По теореме внешний угол при C = $\angle A + \angle B$. Так как $\angle A$ и $\angle B$ — положительные величины, сумма больше каждого слагаемого: $\angle A + \angle B > \angle A$ и $\angle A + \angle B > \angle B$. Значит, внешний угол больше и $\angle A$, и $\angle B$. ■

Ответ: доказано.



Запомни главное

- **Внешний угол** получают, продлив сторону треугольника за вершину; он смежный с внутренним углом.
- Внешний угол + смежный внутренний = **180°**.
- **Теорема:** внешний угол = сумме двух внутренних углов, не смежных с ним.
- **Следствие:** внешний угол больше каждого из этих двух углов.



Домашнее задание

1. Внешний угол треугольника равен 110° . Найди смежный с ним внутренний угол.
2. В треугольнике $\angle A = 35^\circ$, $\angle B = 75^\circ$. Найди внешний угол при вершине С.
3. Внешний угол при вершине треугольника равен 130° , один из не смежных с ним углов равен 60° . Найди второй.
4. Внутренний угол треугольника равен 48° . Найди внешний угол при той же вершине.
5. В равнобедренном треугольнике угол при основании 50° . Найди внешний угол при вершине (противолежащей основанию).
6. Внешний угол треугольника равен 100° , а два не смежных с ним угла относятся как 2 : 3. Найди эти углы.
7. Может ли внешний угол треугольника быть равным 50° , если один из не смежных с ним внутренних углов равен 60° ? Объясни.
8. ★ В треугольнике ABC внешний угол при вершине А равен 130° , внешний угол при вершине В равен 120° . Найди все три внутренних угла треугольника. (Подсказка: сначала найди внутренние углы А и В.)