

# Урок 21. Неравенство треугольника

---

Геометрия, 7 класс · Гл. IV, §2 учебника Атанасяна · ~45 минут

## Что ты узнаешь

- Главное правило: каждая сторона треугольника меньше суммы двух других.
- Как по трём числам мгновенно определить, можно ли из таких отрезков сложить треугольник.
- Почему «напрямик всегда короче, чем в обход» — это и есть неравенство треугольника.
- Как находить, в каких пределах может лежать длина третьей стороны.

## Разбираемся в теме

Представь: ты стоишь в точке  $A$ , а мороженое — в точке  $B$ . Как быстрее добраться? Конечно, по прямой! А если идти через точку  $C$  (сначала к  $C$ , потом к  $B$ ) — путь будет длиннее. Это знает каждый, кто хоть раз срезал угол через газон.

Вот это житейское «напрямик короче» и есть **неравенство треугольника**. Путь по прямой  $AB$  всегда короче, чем путь в обход через  $C$  (то есть  $AC + CB$ ).

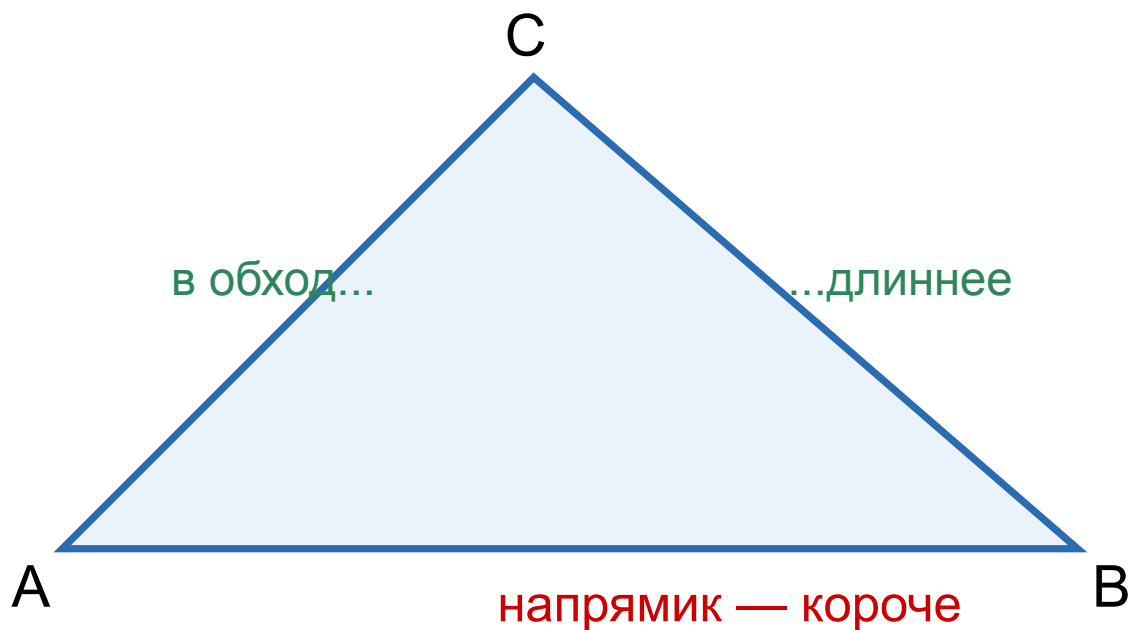


Рис. 1. Путь АВ короче пути AC + CB

**Теорема (неравенство треугольника):** Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.

Для треугольника со сторонами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  это сразу три неравенства:

- $a < b + c$
- $b < a + c$
- $c < a + b$

**Лайфхак:** Чтобы проверить, что три отрезка дают треугольник, не обязательно проверять все три неравенства. Достаточно проверить одно — для **самой длинной** стороны. Если она меньше суммы двух других — треугольник существует. Если самая длинная сторона больше или равна сумме двух других — треугольника нет.

## Когда из трёх отрезков можно сложить треугольник

Возьми три палочки и попробуй сложить треугольник. Если две короткие вместе не дотягиваются до концов длинной — треугольник «не закроется», палочки просто лягут вдоль.

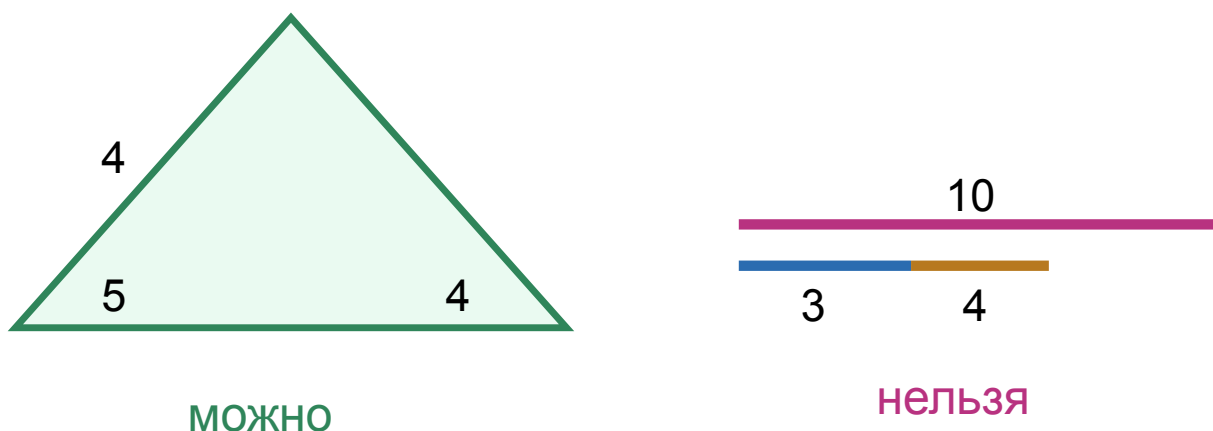


Рис. 2. Из 5, 4, 4 треугольник складывается; из 10, 3, 4 — нет ( $3 + 4 < 10$ )

**⚠ Частая ошибка:** Думать, что подойдут любые три числа. Нет! Из отрезков 10, 3 и 4 треугольник не построишь:  $3 + 4 = 7$ , а это меньше 10 — короткие стороны просто «не дотянутся». Всегда проверяй самую длинную сторону.


**📌 Следствие:** Если три отрезка таковы, что наибольший из них меньше суммы двух других, то из них можно составить треугольник.


## Границы для третьей стороны

Иногда известны две стороны, и нужно понять, какой может быть третья. Из неравенства треугольника третья сторона  $x$  зажата с двух сторон:

**(разность двух сторон)  $< x <$  (сумма двух сторон).**

Например, если две стороны 7 и 4, то третья:  $7 - 4 < x < 7 + 4$ , то есть  $3 < x < 11$ .

 **А знаешь ли ты?** Неравенство треугольника работает не только для палочек на парте. На нём держится навигация, GPS и даже алгоритмы поиска кратчайшего пути в компьютерных картах: машина «знает», что прямой маршрут не длиннее любого обходного, и это помогает быстрее считать дороги.

 Начерти сам: возьми отрезки 6 см, 3 см и 2 см. Попробуй построить из них треугольник циркулем. Получится? Проверь правило:  $3 + 2 = 5$ , а это меньше 6 — значит, не получится!



## Разбор задач

**Задача 1.** Можно ли составить треугольник из отрезков 6 см, 8 см и 5 см?

**Дано:** стороны 6, 8, 5. **Найти:** существует ли треугольник.

*Решение.* Самая длинная сторона — 8. Проверим, меньше ли она суммы двух других:  $6 + 5 = 11$ . Так как  $8 < 11$ , треугольник существует.

**Ответ:** да, можно.

---

**Задача 2.** Можно ли составить треугольник из отрезков 2 см, 3 см и 7 см?

**Дано:** стороны 2, 3, 7. **Найти:** существует ли треугольник.

*Решение.* Самая длинная сторона — 7. Сумма двух других:  $2 + 3 = 5$ . Так как  $7 > 5$ , неравенство треугольника нарушено.

**Ответ:** нет, нельзя ( $7 > 2 + 3$ ).

---

**Задача 3.** Две стороны треугольника равны 9 см и 4 см. В каких пределах может находиться третья сторона?

**Дано:** две стороны 9 и 4. **Найти:** границы третьей стороны  $x$ .

*Решение.* По неравенству треугольника:

- $x < 9 + 4 = 13$  (третья меньше суммы двух других);
- $x > 9 - 4 = 5$  (иначе сторона 9 была бы больше суммы 4 и  $x$ ).

Значит,  $5 < x < 13$ .

**Ответ:**  $5 \text{ см} < x < 13 \text{ см}$ .

---

**Задача 4.** Может ли периметр треугольника быть равным 12 см, если одна сторона равна 7 см?

**Дано:** периметр 12 см, одна сторона 7 см. **Найти:** возможно ли это.

*Решение.* На две другие стороны остаётся  $12 - 7 = 5$  см. Но по неравенству треугольника сторона 7 должна быть меньше суммы двух других, то есть  $7 < 5$ . Это неверно. Значит, такого треугольника нет.

**Ответ:** нет, не может.

---

**Задача 5.** Две стороны равнобедренного треугольника равны 3 см и 8 см. Найди его периметр.

**Дано:** равнобедренный треугольник, стороны 3 и 8. **Найти:** периметр.

*Решение.* У равнобедренного две стороны равны. Варианты: либо боковые по 3, либо боковые по 8.

- Если стороны 3, 3, 8: проверим —  $3 + 3 = 6 < 8$ , треугольник не существует. Отпадает.
- Если стороны 8, 8, 3: проверим —  $3 + 8 = 11 > 8$ , всё в порядке. Периметр:  $8 + 8 + 3 = 19$  см.

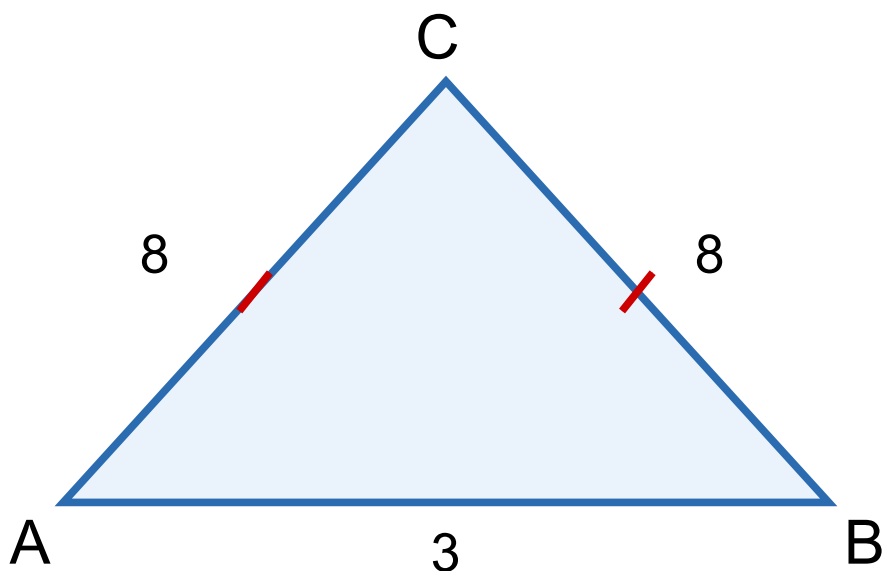


Рис. 3. Единственный возможный вариант: стороны 8, 8, 3

**Ответ:** 19 см.

**Задача 6.** Докажи, что в любом треугольнике сумма двух сторон больше третьей. (Кратко поясни геометрический смысл.)

**Дано:** треугольник ABC. **Доказать:**  $AB < AC + CB$ .

**Решение.** Отрезок AB — прямой путь из A в B. Путь через точку C (сначала AC, затем CB) — это путь «в обход». Кратчайшее расстояние между двумя точками — это отрезок (прямая), любой обходной путь длиннее. Значит,  $AB < AC + CB$ .

Аналогично для двух других сторон. ■

**Ответ:** доказано (прямой путь короче обходного).



**Запомни главное**

- Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других.

- Чтобы проверить три отрезка, сравни **самую длинную** сторону с суммой двух других.
- Треугольник существует  $\Leftrightarrow$  наибольшая сторона  $<$  суммы двух других.
- Третья сторона лежит в пределах: (разность двух сторон)  $< x <$  (сумма двух сторон).



## Домашнее задание

1. Можно ли составить треугольник из отрезков 5 см, 7 см, 10 см?
2. Можно ли составить треугольник из отрезков 4 см, 4 см, 9 см?
3. Две стороны треугольника равны 12 см и 5 см. В каких пределах может быть третья сторона?
4. Две стороны треугольника равны 6 см и 6 см. В каких пределах может быть третья сторона?
5. Может ли существовать треугольник со сторонами 1 см, 2 см, 3 см? Объясни.
6. Стороны равнобедренного треугольника равны 5 см и 11 см. Найди его периметр.
7. Периметр треугольника 20 см, одна сторона 9 см. Может ли другая сторона быть равной 2 см? Объясни (проверь неравенство).
8. Из отрезков 3, 5, 6, 9 см выбери все тройки, из которых можно сложить треугольник.
9. ★ Точки А и В находятся на расстоянии 10 км. Турист дошёл от А до В через промежуточный лагерь С, пройдя в сумме 14 км. Затем сократил путь и пошёл напрямую. Какое наименьшее целое число километров он мог сэкономить? (Подсказка: используй неравенство треугольника для  $AC + CB$  и  $AB$ .)