

# Урок 25. Построение треугольника по трём элементам


Геометрия, 7 класс · Гл. IV, §4 · ~45 минут

## Что ты узнаешь

- Что значит «построить» фигуру **циркулем и линейкой** — и почему это не то же самое, что начертить «на глазок».
- Как построить треугольник **по двум сторонам и углу между ними**.
- Как построить треугольник **по стороне и двум прилежащим углам**.
- Как построить треугольник **по трём сторонам**.

## Разбираемся в теме

Раньше ты чертил треугольники просто так — поставил три точки, соединил. Но настоящая геометрия — это про **построения по правилам**. Инструментов всего два, и они строгие.

 **Договорённость:** В задачах на построение разрешены только **циркуль** (проводить окружности и откладывать отрезки) и **линейка без делений** (проводить прямые). Никаких измерений линейкой и транспортиром в самом построении — только эти два «честных» инструмента.

Звучит как игра с ограничениями? Так и есть! И именно поэтому это интересно. Заметь: три признака равенства треугольников (помнишь — по двум сторонам и углу, по стороне и двум углам, по трём сторонам?) подсказывают, какими тремя данными треугольник определяется однозначно. А раз однозначно — значит, его можно построить. Разберём все три случая.

Понадобится один кирпичик, который нужен почти везде.

💡 **Лайфхак: как отложить угол, равный данному.** Чтобы «скопировать» угол циркулем: проводим в данном угле дугу, пересекающую обе стороны; такой же дугой отмечаем на новом луче; циркулем переносим «раствор» между точками пересечения. Готово — угол скопирован без транспортира.

### Построение 1. По двум сторонам и углу между ними

**Задача.** Даны два отрезка (будущие стороны) и угол. Построить треугольник, у которого две стороны равны данным отрезкам, а угол между ними равен данному.

Пошагово:

1. Откладываем угол, равный данному, — получаем луч-вершину с двумя сторонами (вершина  $A$ ).
2. На одной стороне угла циркулем откладываем первый отрезок: получаем точку  $B$  ( $AB =$  первой стороне).
3. На другой стороне угла откладываем второй отрезок: получаем точку  $C$  ( $AC =$  второй стороне).
4. Соединяем  $B$  и  $C$  линейкой.

Треугольник  $ABC$  построен.

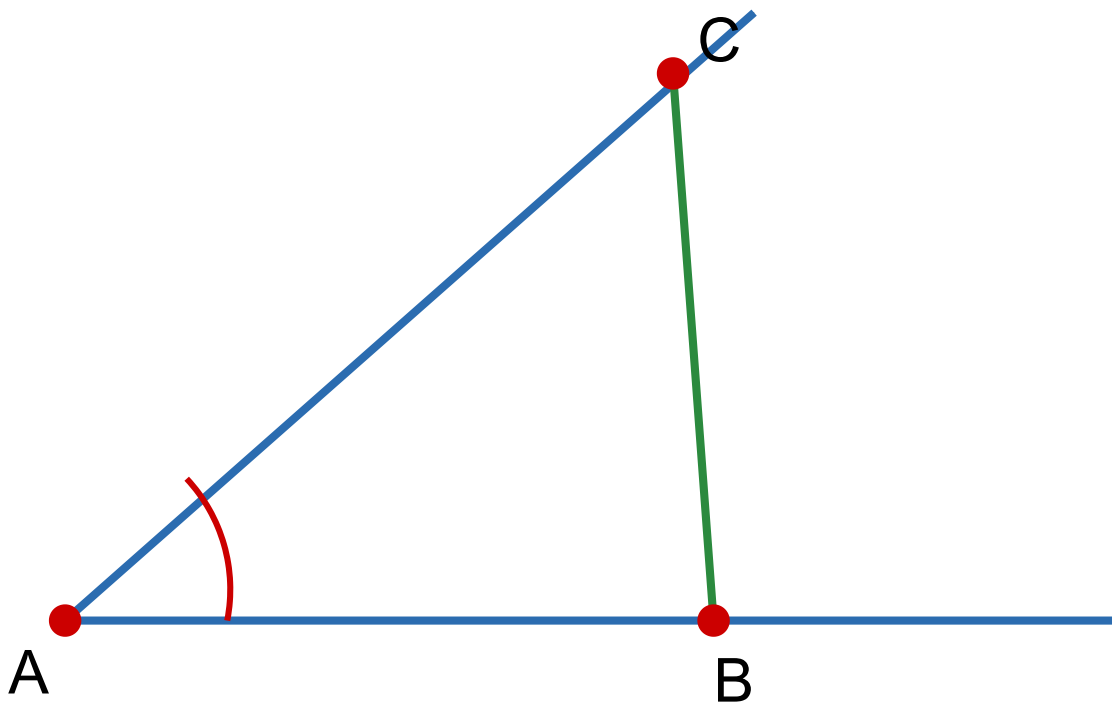


Рис. 1. По двум сторонам  $AB$ ,  $AC$  и углу  $A$  между ними соединяем  $B$  и  $C$

## Построение 2. По стороне и двум прилежащим углам

**Задача.** Даны отрезок (будущая сторона) и два угла. Построить треугольник, у которого одна сторона равна данному отрезку, а прилежащие к ней углы равны данным.

Пошагово:

1. Чертим отрезок  $BC$ , равный данной стороне (откладываем циркулем на прямой).
2. От луча  $BC$  при вершине  $B$  откладываем угол, равный первому данному углу.
3. От луча  $CB$  при вершине  $C$  откладываем угол, равный второму данному углу.
4. Точка пересечения двух новых лучей — вершина  $A$ .

Треугольник  $ABC$  построен.

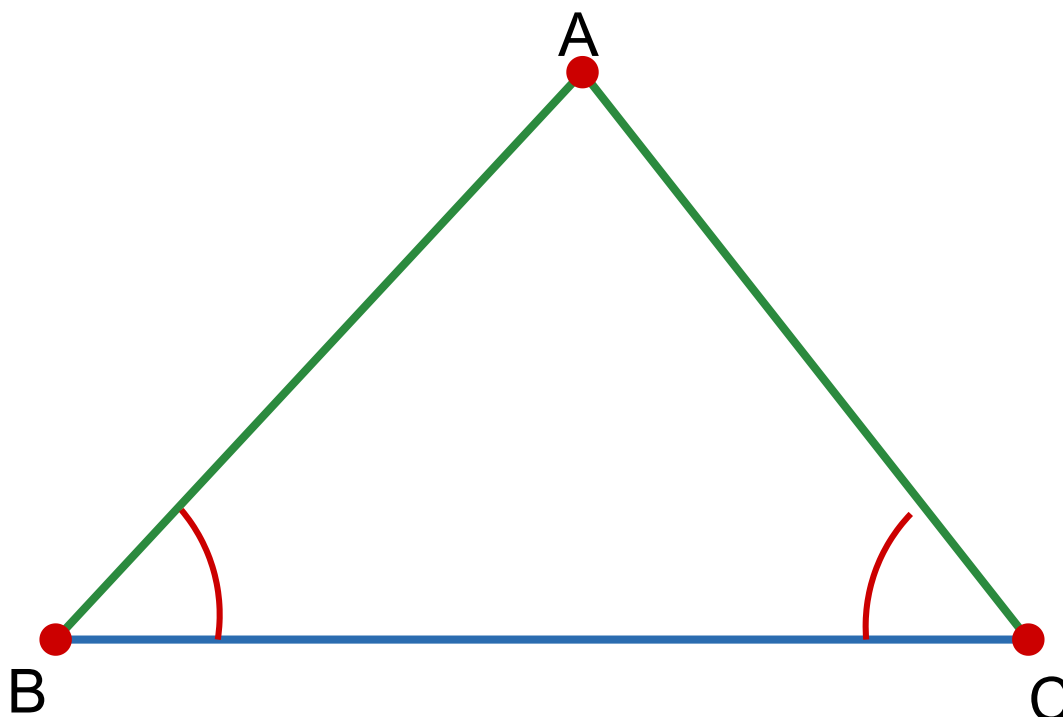


Рис. 2. По стороне  $BC$  и двум углам при  $B$  и  $C$  — вершина  $A$  на пересечении лучей

**⚠ Частая ошибка:** Сумма двух данных углов должна быть **меньше  $180^\circ$**  — иначе лучи не пересекутся и треугольника не получится. Если в сумме ровно  $180^\circ$  — лучи параллельны; если больше — расходятся «в другую сторону».

### Построение 3. По трём сторонам

**Задача.** Даны три отрезка. Построить треугольник, стороны которого равны этим отрезкам.

Это самое красивое построение — тут работает циркуль как «измеритель расстояния».

Пошагово:

1. Чертим прямую и откладываем на ней первый отрезок: получаем сторону BC (B и C — концы).
2. Раствором циркуля, равным второму отрезку, проводим окружность с центром в B.
3. Раствором циркуля, равным третьему отрезку, проводим окружность с центром в C.
4. Точка пересечения окружностей — вершина A. Соединяем её с B и C.

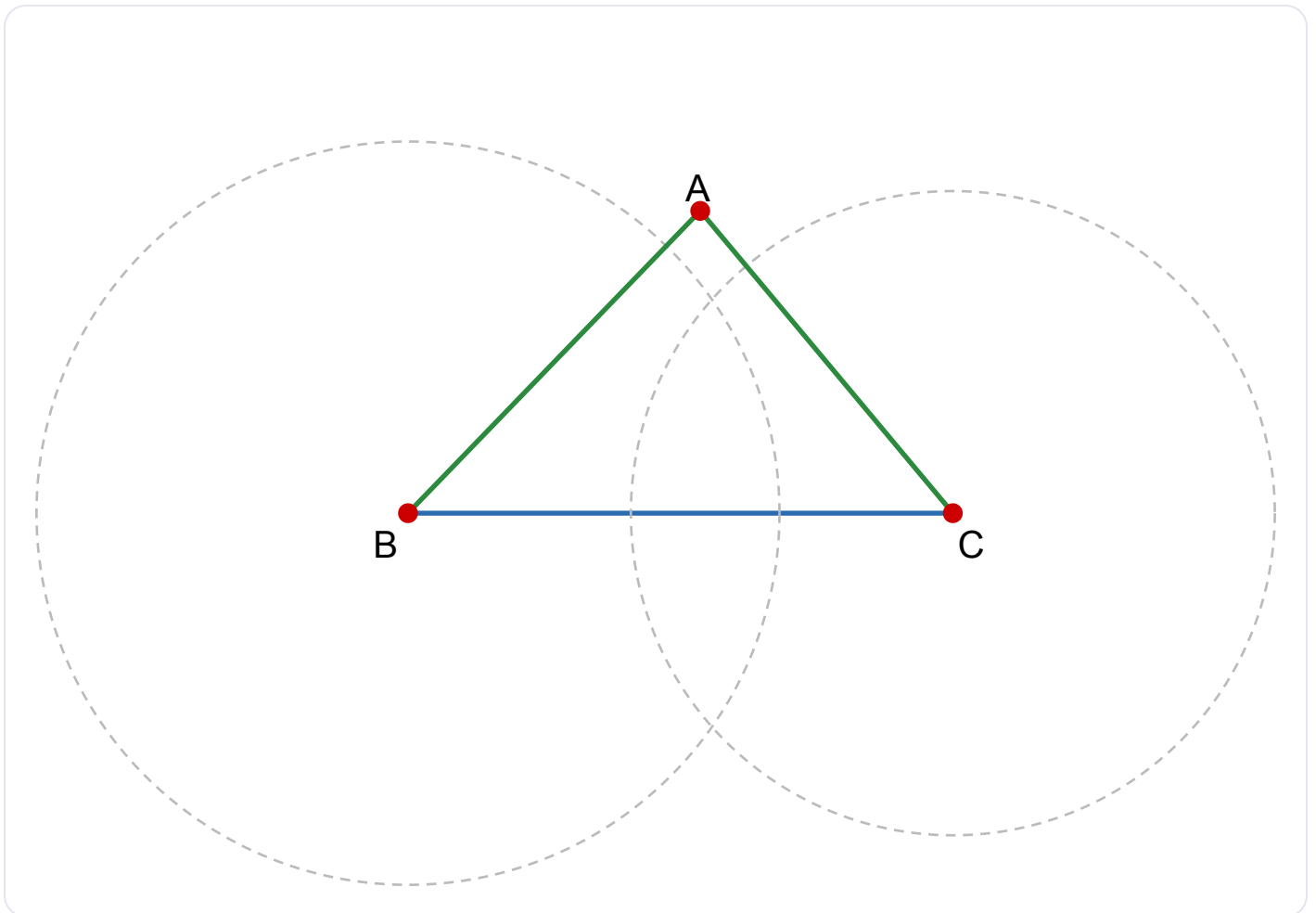





Рис. 3. По трём сторонам: вершина A — точка пересечения двух окружностей

 **Важное условие (неравенство треугольника):** Построение по трём сторонам получится только если каждая сторона **меньше суммы двух**

**других.** Иначе окружности не пересекутся, и треугольника не будет.  
Например, из отрезков 2, 3 и 10 треугольник не построить:  $2 + 3 < 10$ .

 **Построй сам:** возьми три отрезка 5 см, 6 см и 8 см и построй по ним треугольник циркулем и линейкой. Проверь линейкой стороны — должны совпасть.

 **А знаешь ли ты?** Древние греки обожали задачи «только циркулем и линейкой». Некоторые из них (например, разделить любой угол на три равные части) оказались **невозможными** — но это доказали лишь спустя две тысячи лет! А вот треугольник по трём сторонам построить можно всегда (если неравенство треугольника выполнено).

## Разбор задач

**Задача 1. Дано:** отрезки 4 см и 5 см и угол  $60^\circ$ . **Построить:** треугольник по двум сторонам и углу между ними. *Решение.* 1) Откладываем угол  $60^\circ$  с вершиной А. 2) На одной стороне циркулем откладываем 4 см (точка В). 3) На другой — 5 см (точка С). 4) Соединяем В и С. **Ответ:** треугольник ABC построен;  $\angle A = 60^\circ$ , АВ = 4 см, АС = 5 см.

**Задача 2. Дано:** отрезок 6 см и два угла  $40^\circ$  и  $70^\circ$ . **Построить:** треугольник по стороне и двум прилежащим углам. *Решение.* 1) Чертим ВС = 6 см. 2) При В откладываем угол  $40^\circ$ . 3) При С откладываем угол  $70^\circ$ . 4) Пересечение лучей — вершина А. Проверка:  $40^\circ + 70^\circ = 110^\circ < 180^\circ$  — построение возможно. **Ответ:** треугольник построен; третий угол равен  $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ .

**Задача 3. Дано:** отрезки 3 см, 4 см, 6 см. **Построить:** треугольник по трём сторонам. *Решение.* Проверим неравенство:  $3 + 4 = 7 > 6$ ,  $3 + 6 > 4$ ,  $4 + 6 > 3$  — всё хорошо.

1. Откладываем ВС = 6 см. 2) Окружность радиуса 4 см с центром В. 3) Окружность радиуса 3 см с центром С. 4) Пересечение — вершина А. **Ответ:**

треугольник построен.

**Задача 4. Дано:** отрезки 2 см, 3 см, 9 см. **Найти:** можно ли построить треугольник по трём сторонам. *Решение.* Проверим:  $2 + 3 = 5$ , а это меньше 9. Неравенство треугольника нарушено. **Ответ:** нельзя — окружности не пересекутся.

**Задача 5. Дано:** требуется построить **равносторонний** треугольник со стороной 5 см. **Построить.** *Решение.* Это частный случай «по трём сторонам», где все три стороны равны.

1. Откладываем  $BC = 5$  см. 2) Окружность радиуса 5 см с центром В. 3) Окружность радиуса 5 см с центром С. 4) Пересечение — вершина А. Все стороны равны 5 см. **Ответ:** равносторонний треугольник построен.

**Задача 6. Дано:** нужно построить **прямоугольный** треугольник по двум катетам 3 см и 4 см. **Построить.** *Решение.* Прямой угол строим как угол между двумя сторонами (его можно построить, восстановив перпендикуляр).

1. Чертим луч и восстанавливаем к нему перпендикуляр в точке С — получаем прямой угол. 2) На одной стороне откладываем 3 см (точка А), на другой 4 см (точка В). 3) Соединяем А и В (гипотенуза). **Ответ:** прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см построен (это случай «по двум сторонам и углу между ними», угол =  $90^\circ$ ).



### Запомни главное

- Построение — это **только циркуль и линейка** без делений, без измерений в процессе.
- **По двум сторонам и углу между ними:** строим угол → откладываем стороны → соединяем концы.
- **По стороне и двум прилежащим углам:** чертим сторону → откладываем оба угла → вершина на пересечении лучей. (Сумма углов  $< 180^\circ$ .)
- **По трём сторонам:** откладываем одну сторону → две окружности-радиусы → вершина на пересечении. (Каждая сторона меньше суммы двух других.)



## Домашнее задание

1. Какими двумя инструментами разрешено пользоваться в задачах на построение?
2. Опиши по шагам построение треугольника по сторонам 5 см, 5 см и углу  $50^\circ$  между ними.
3. Построй треугольник по стороне 7 см и прилежащим углам  $30^\circ$  и  $60^\circ$ . Какой угол получится третьим?
4. Можно ли построить треугольник со сторонами 4 см, 4 см, 9 см? Ответ обоснуй.
5. Построй равнобедренный треугольник с основанием 4 см и боковыми сторонами 6 см (по трём сторонам).
6. При построении по стороне и двум прилежащим углам даны углы  $100^\circ$  и  $85^\circ$ . Получится ли треугольник? Почему?
7. Построй равносторонний треугольник со стороной 4 см. Сколько у него осей симметрии?
8. ★ Построй прямоугольный треугольник по гипотенузе 6 см и острому углу  $30^\circ$ . (Подсказка: построй гипотенузу, при одном её конце отложи угол  $30^\circ$ , а при другом — прямой угол; вершины соединятся.)