

Урок 26. Итоговое повторение за 7 класс

Геометрия, 7 класс · Повторение всего курса · ~45 минут

Что ты узнаешь

- Соберёшь **всю геометрию 7 класса** в одну компактную «карту» — справочник, к которому удобно возвращаться.
- Освежишь **ключевые определения и теоремы**: углы, признаки равенства треугольников, равнобедренный треугольник, параллельные прямые, сумма углов, прямоугольные треугольники, построения.
- Потренируешься на задачах по каждой теме — чтобы войти в 8 класс уверенно.

Разбираемся в теме


Поздравляю — ты прошёл весь курс геометрии 7 класса! Давай разложим всё по полочкам. Этот урок — твой личный мини-справочник. Перечитай его перед контрольной, и многое встанет на места.


Карта тем

ГЕОМЕТРИЯ 7 КЛАССА

- ├ 1. Начала: точки, прямые, отрезки, лучи, углы
- ├ 2. Измерения: длина отрезка, градусная мера угла
- ├ 3. Смежные и вертикальные углы; перпендикуляр
- ├ 4. Треугольники и три признака их равенства
- ├ 5. Равнобедренный треугольник
- ├ 6. Параллельные прямые и их признаки
- ├ 7. Сумма углов треугольника; внешний угол
- └ 8. Прямоугольные треугольники, расстояния, построения

Тема 1. Углы

 **Определения: Смежные** углы — у которых одна сторона общая, а две другие образуют прямую. **Вертикальные** — образованы при пересечении двух прямых и лежат «напротив».

 **Теоремы:** Сумма смежных углов = 180° . Вертикальные углы **равны**. Биссектриса делит угол пополам.


Тема 2. Признаки равенства треугольников


 **Три признака:**

1. **По двум сторонам и углу между ними.**
2. **По стороне и двум прилежащим к ней углам.**
3. **По трём сторонам.**

Равные треугольники полностью совпадают при наложении: у них равны все стороны и все углы.


Тема 3. Равнобедренный треугольник


 **Определение:** Равнобедренный — у которого две стороны (боковые) равны. Третья — основание.


 **Свойства:** Углы при основании равны. Биссектриса, проведённая к основанию из вершины, является заодно **медианой и высотой** (три в одном).

 **Признак:** Если два угла треугольника равны, то он равнобедренный.

Тема 4. Параллельные прямые


 **Определение:** Две прямые на плоскости **параллельны**, если не пересекаются.


 **Признаки параллельности** (при пересечении двух прямых секущей): прямые параллельны, если равны **накрест лежащие** углы, ИЛИ равны **соответственные** углы, ИЛИ сумма **односторонних** углов равна 180° .

 **Обратные свойства:** Если прямые параллельны, то накрест лежащие равны, соответственные равны, односторонние в сумме дают 180° .


Тема 5. Сумма углов треугольника


 **Теорема:** Сумма углов любого треугольника равна 180° .


 **Внешний угол:** Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних, не смежных с ним.

 **Лайфхак:** Знаешь два угла треугольника — третий находишь как 180° минус их сумма. Самая частая операция всего курса!


Тема 6. Прямоугольные треугольники


 **Определение:** Один угол 90° . Стороны при нём — **катеты**, против него — **гипотенуза** (самая длинная).

 **Свойства:** Сумма острых углов = 90° . Катет против угла 30° = половине гипотенузы (и обратно).

 **Признаки равенства:** по двум катетам; по катету и острому углу; по гипотенузе и острому углу; по гипотенузе и катету.

Тема 7. Расстояния и построения

 **Расстояние от точки до прямой** = длина **перпендикуляра** (он короче любой наклонной). Параллельные прямые везде на одинаковом расстоянии.

 **Построения циркулем и линейкой:** треугольник по двум сторонам и углу между ними; по стороне и двум прилежащим углам; по трём сторонам.

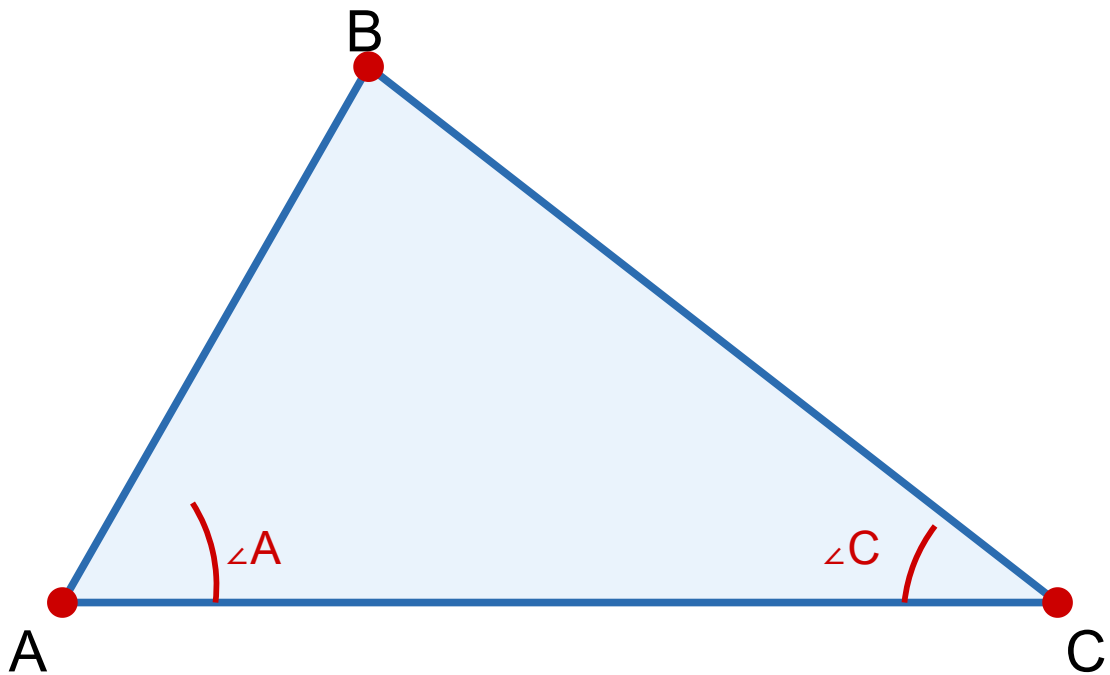


Рис. 1. Любой треугольник: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

🤔 **А знаешь ли ты?** Почти всё, что ты выучил в 7 классе, придумали ещё до нашей эры — и собрал в книгу «Начала» математик Евклид около 300 г. до н. э. Эта книга была учебником геометрии больше двух тысяч лет!

✍️ Разбор задач

Задача 1. (Углы) Дано: один из смежных углов на 40° больше другого. Найти: оба угла. Решение. $x + (x + 40^\circ) = 180^\circ$, $2x = 140^\circ$, $x = 70^\circ$. Второй: 110° . Ответ: 70° и 110° .

Задача 2. (Сумма углов) Дано: в треугольнике углы относятся как 1 : 2 : 3.

Найти: углы. *Решение.* $x + 2x + 3x = 180^\circ$, $6x = 180^\circ$, $x = 30^\circ$. Углы: 30° , 60° , 90° .

Ответ: 30° , 60° , 90° (треугольник прямоугольный).

Задача 3. (Равнобедренный) Дано: в равнобедренном треугольнике угол при вершине равен 40° . **Найти:** углы при основании. *Решение.* На два равных угла при основании приходится $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$, значит каждый по 70° . **Ответ:** по 70° .

Задача 4. (Параллельные) Дано: две параллельные прямые пересечены секущей; один из односторонних углов равен 110° . **Найти:** второй односторонний угол. *Решение.* Сумма односторонних углов при параллельных прямых равна 180° . Второй = $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$. **Ответ:** 70° .

Задача 5. (Прямоугольный) Дано: прямоугольный треугольник, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, гипотенуза $AB = 20$ см. **Найти:** катет CB . *Решение.* CB лежит против угла $A = 30^\circ$, значит $CB = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10$ см. **Ответ:** 10 см.

Задача 6. (Внешний угол) Дано: внешний угол треугольника равен 120° , один из не смежных с ним внутренних углов равен 45° . **Найти:** второй не смежный внутренний угол. *Решение.* Внешний угол = сумме двух не смежных внутренних: $120^\circ = 45^\circ + x$, $x = 75^\circ$. **Ответ:** 75° .

Задача 7. (Расстояние) Дано: из точки к прямой проведены перпендикуляр $АН = 5$ см и наклонная AM , $\angle AMH = 30^\circ$. **Найти:** длину наклонной AM . *Решение.* Катет $АН$ против угла 30° , значит $АН = \frac{1}{2} \cdot AM$, отсюда $AM = 2 \cdot 5 = 10$ см. **Ответ:** 10 см.



Запомни главное

- **Смежные** = 180° , **вертикальные** равны.
- **Три признака равенства** треугольников; для прямоугольных — **четыре** своих.
- **Равнобедренный:** углы при основании равны; биссектриса к основанию = медиана = высота.

- **Параллельные:** накрест лежащие равны, соответственные равны, односторонние = 180° .
- **Сумма углов треугольника = 180° ;** внешний угол = сумме двух не смежных.
- **Прямоугольный:** острые в сумме 90° ; катет против 30° = пол-гипотенузы.
- **Расстояние** от точки до прямой = перпендикуляр.



Домашнее задание

1. **(Углы)** Один из смежных углов в 4 раза меньше другого. Найди оба угла.
2. **(Углы)** Вертикальные углы в сумме (два из четырёх, лежащие напротив) ... найди все четыре угла, если один из них 50° .
3. **(Признаки равенства)** В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$: $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $AC = A_1C_1$. По какому признаку они равны?
4. **(Сумма углов)** Два угла треугольника равны 55° и 65° . Найди третий угол.
5. **(Равнобедренный)** В равнобедренном треугольнике угол при основании равен 50° . Найди угол при вершине.
6. **(Параллельные)** При пересечении параллельных прямых секущей один из накрест лежащих углов равен 73° . Найди второй.
7. **(Внешний угол)** Внешний угол при вершине треугольника равен 130° . Найди смежный с ним внутренний угол.
8. **(Прямоугольный)** В прямоугольном треугольнике один острый угол равен 54° . Найди второй.
9. **(Прямоугольный)** Гипотенуза равна 16 см, острый угол 30° . Найди катет против этого угла.
10. **(Расстояние)** Расстояние между параллельными прямыми равно 6 см. Чему равен перпендикуляр, опущенный из любой точки одной прямой на другую?
11. **(Построение)** Опиши по шагам, как построить треугольник по трём сторонам 4 см, 5 см, 7 см. Возможно ли это построение?

12. ★ **(Комбинированная)** В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена биссектриса CD прямого угла. Найди углы $\angle ACD$ и $\angle BCD$, а также углы треугольника BCD , если $\angle B = 50^\circ$.