

Урок 1. Оценки Ферми — искусство прикидки

Физика вокруг нас · ~35 минут

Энрико Ферми, наблюдая первый ядерный взрыв в 1945 году, бросил в воздух горсть бумажек и по тому, как далеко их отнесло взрывной волной, на глазок оценил мощность бомбы. Его прикидка совпала с точными расчётами по порядку величины. Умение получить разумный ответ «из ничего» — за минуту, без справочников — это, может быть, главный навык физика. Сегодня научимся.

Что ты узнаешь

- Что такое «порядок величины» и почему ответ «примерно 10^6 » часто ценнее, чем неверный точный ответ.
- Как разбить страшный вопрос на цепочку простых множителей.
- Как оценивать то, чего в принципе не знаешь, — и не ошибаться больше чем в разы.
- Классику: сколько настройщиков пианино в большом городе.

Разбираемся в теме

Порядок величины

Порядок величины числа — это ближайшая к нему степень десятки: 10, 100, 1000, 1 000 000 и так далее. Вот простой способ её найти.

Запиши число в виде $A \times 10^k$, где A — от 1 до 10 (то есть одна значащая цифра до запятой), а 10^k показывает, сколько нулей. Дальше смотри на A :

- если A **меньше** $\approx 3,2$ — округляем вниз, порядок равен 10^k ;
- если A **больше** $\approx 3,2$ — округляем вверх, порядок равен 10^{k+1} .

Примеры:

- $3000 = 3 \times 10^3$. Тут $A = 3 < 3,2 \rightarrow$ порядок 10^3 .
- $700\,000 = 7 \times 10^5$. Тут $A = 7 > 3,2 \rightarrow$ округляем вверх \rightarrow порядок 10^6 .
- 8×10^6 : $A = 8 > 3,2 \rightarrow$ порядок 10^7 .

🤔 **Почему граница именно 3,2, а не 5?** Для порядков «ближе» считается по умножению, а не по вычитанию. Серединой между 1 и 10 в этом смысле служит не 5, а число, которое при умножении само на себя даёт 10, — это $\sqrt{10} \approx 3,2$ (проверь: $3,2 \times 3,2 \approx 10$). Поэтому уже число 5 считается «ближе» к 10, чем к 1.

Когда мы говорим «оценить по порядку величины», мы согласны ошибиться в 2–3 раза, но не в 10 и уж точно не в 100.

📌 **Запомни:** цель оценки Ферми — попасть в правильный порядок. Ответ «настройщиков около сотни» — победа, даже если их на самом деле 60 или 150. Ответ «около десяти тысяч» — провал.

Почему это работает? Потому что при перемножении множителей случайные завышения и занижения **частично гасят друг друга**. Если ты один множитель зависил вдвое, а другой занизил вдвое — итог верен. Ошибки ведут себя как случайные блуждания и растут медленно.

Метод: разбить на множители


Рецепт всегда один:

1. Возьми искомую величину.
2. Представь её как **произведение** нескольких величин, каждую из которых ты можешь оценить.
3. Оцени каждый множитель — грубо, но честно.
4. Перемножь и округли до порядка.

Пример-разминка: сколько вдохов ты делаешь за год?

- В покое человек дышит примерно **15 раз в минуту** (проверь на себе — посчитай за 30 секунд).
- Минут в году: $60 \text{ мин/ч} \times 24 \text{ ч} \times 365 \text{ дней} \approx 60 \times 24 \times 365$.
 - $24 \times 365 = 8760$ ч в году.
 - $8760 \times 60 \approx 5,3 \times 10^5$ минут.
- Вдохов: $15 \times 5,3 \times 10^5 \approx \mathbf{8 \times 10^6}$, то есть около **восемью миллионов вдохов в год**.

Округляем честно: 8×10^6 — здесь $A = 8$, что больше 3,2, поэтому округляем вверх → порядок $\mathbf{10^7}$. Частота дыхания у человека всё время меняется: во сне и в покое реже, при беге — заметно чаще. Из-за этого точное число вдохов за год гуляет в разы, но порядок (десять миллионов) остаётся тем же — вот в чём сила оценки.

 **А знаешь ли ты?** За всю жизнь (~80 лет) человек делает порядка $8 \times 10^6 \times 80 \approx 6 \times 10^8$ вдохов — больше полумиллиарда. А ударов сердца — ещё больше: сердце бьётся ~70 раз в минуту, почти впятеро чаще дыхания ($70 \div 15 \approx 4,7$), значит ударов около $4,7 \times 6 \times 10^8 \approx \mathbf{3 \times 10^9}$ — почти три миллиарда. Проверь сам в задаче 2!


Классика: сколько настройщиков пианино в Москве?


Это та самая задача, которой Ферми мучил студентов. Идём по множителям.

- Население Москвы: около $\mathbf{1,3 \times 10^7}$ человек (13 миллионов).
- Людей в семье в среднем ~3, значит семей около 4×10^6 .
- Пианино есть, скажем, у **одной семьи из 30** (грубо — 3%). Это $\sim 1,3 \times 10^5$ пианино. Добавим музыкальные школы и залы — пусть будет $\sim 2 \times 10^5$ инструментов.
- Пианино настраивают примерно **раз в год**. Значит в год нужно $\sim 2 \times 10^5$ настроек.

- Один настройщик за рабочий день делает ~4 настройки (с дорогой между клиентами). Рабочих дней в году ~250. Значит один настройщик делает ~1000 настроек в год.
- Настройщиков: $2 \times 10^5 / 10^3 = \sim 200$ человек.

Порядок — сотни. Именно этот ответ и считается «правильным»: точное число никто не знает, но оно точно не 20 и не 20 000.

 Заметь: мы нигде не гуглили. Каждый множитель — либо то, что мы знаем (население), либо разумная догадка (частота настройки). Сила метода в том, что ошибка в одной догадке почти не портит итог.

 **Частая ошибка:** пытаться оценить всё одним прыжком («ну, наверное, настройщиков... тысяча?»). Так ты ошибёшься на порядок и не поймёшь где. Всегда дробь на множители — тогда видно, какая догадка шаткая.

Сколько капель воды в ванне?

- Объём ванны: примерно **150–200 литров**. Возьмём $200 \text{ л} = 0,2 \text{ м}^3 = 2 \times 10^5 \text{ см}^3 = 2 \times 10^5 \text{ мл}$.
- Объём одной капли: капля из крана ~0,05 мл (20 капель в миллилитре — легко проверить, накапав в ложку).
- Капель: $2 \times 10^5 \text{ мл} / 0,05 \text{ мл} = 4 \times 10^6$, то есть около **четырёх миллионов капель**.

Порядок 10^6 . Если бы ты стал наполнять ванну по капле раз в секунду, ушло бы 4×10^6 секунд \approx 46 суток непрерывно.



Опыт дома

Сколько волос на твоей голове? Оценим по Ферми, не выдёргивая ни одного.

Идея простая: **число волос = густота × площадь**. Густоту (сколько волос на 1 см^2) удобно получить так: посчитай, сколько волос умещается вдоль отрезка в 1

см, и возведи это число в квадрат — ведь столько же рядов помещается и поперёк. Значит густота \approx (волос на 1 см)².

Возьми линейку и лупу (или камеру телефона с зумом).

Пример расчёта (образец с придуманными числами). Пусть вдоль 1 см ты насчитал(а) **15 волос**.

1. Густота: $15 \times 15 = \mathbf{225 \text{ волос на см}^2}$ (у разных людей бывает от 150 до 300).
2. Площадь волосистой части головы. Голова — примерно полусфера радиусом ~ 9 см. Площадь всей сферы $4\pi r^2 = 4 \times 3,14 \times 9^2 \approx 1000 \text{ см}^2$, полусфера $\approx 500 \text{ см}^2$, а волосы заходят и ниже макушки — возьмём $\sim \mathbf{700 \text{ см}^2}$.
3. Перемножаем: $225 \times 700 \approx \mathbf{1,6 \times 10^5}$ — около 160 тысяч волос.

А теперь посчитай для своей головы. Измерь свою густоту (сколько волос умещается на 1 см именно у тебя) и прикинь свою площадь, затем подставь их вместо 15 и 700 и получи собственное число. Реальное значение у человека — 100 000–150 000 волос; если попал(а) в этот диапазон голыми руками — отличная работа!



Разбор примера

Задача. Сколько теннисных мячиков поместится в твою комнату?


Решение по шагам.

1. **Объём комнаты.** Прикинем размеры обычной комнаты: длина ~ 4 м, ширина ~ 3 м, высота $\sim 2,7$ м. Объём $= 4 \times 3 \times 2,7 \approx \mathbf{32 \text{ м}^3}$, округлим до 30 м^3 . Переведём в кубические сантиметры: раз $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$, то $1 \text{ м}^3 = 100^3 = 10^6 \text{ см}^3$. Значит $30 \text{ м}^3 = \mathbf{3 \times 10^7 \text{ см}^3}$.
2. **Сколько места «съедает» один мяч.** Диаметр теннисного мяча $\approx 6,7$ см (радиус $\sim 3,3$ см). Сам шар имеет объём $V = (4/3)\pi r^3 \approx (4/3) \times 3,14 \times 3,3^3 \approx \mathbf{150 \text{ см}^3}$. Но шары **не укладываются вплотную** — между ними всегда остаются пустоты, поэтому делить объём комнаты на 150 см^3 было бы неправильно (получилось бы слишком много). Хитрый приём: считать не сам шар, а **кубик, в**

который он вписан, со стороной, равной диаметру ≈ 7 см. Такой кубик занимает $7^3 = 343 \approx 340 \text{ см}^3$ и уже включает в себя пустоты вокруг мяча.

3. **Делим объём комнаты на объём кубика-ячейки.** Число мячей $\approx 3 \times 10^7 \text{ см}^3 / 340 \text{ см}^3 \approx 9 \times 10^4$.

Ответ: около **100 тысяч** теннисных мячей, порядок **10^5** .

 Приём с «описанным кубиком» вокруг каждого шара — стандартный способ не возиться с плотностью упаковки. Он соответствует укладке рядами (заполнение $\sim 52\%$ объёма). При самой плотной упаковке шаров помещается $\sim 74\%$, то есть примерно в 1,4 раза больше — тысяч 130. Но это тот же порядок 10^5 , а его мы и ловим.



Задачи

1. Сколько секунд ты уже прожил(а)? Прикинь для возраста 13 лет и дай порядок величины.
2. Сколько ударов сердца сделает человек за 80 лет жизни? Дай число и порядок.
3. Сколько литров воздуха проходит через твои лёгкие за сутки, если за один вдох в покое входит $\sim 0,5$ л, а дышишь ты ~ 15 раз в минуту?
4. Сколько песчинок в ведре песка (10 литров)? Прими размер песчинки $\sim 0,3$ мм.
5. Сколько школьных тетрадей в 12 листов можно сделать из одного дерева? Прими: с дерева $\sim 0,3 \text{ м}^3$ древесины, плотность бумаги как у воды, масса одного листа А5 $\sim 2,5$ г.
6. Сколько времени человечество (~ 8 миллиардов человек) суммарно спит за одни земные сутки? Ответ дай в человеко-годах.
7. Оцени, сколько автомобилей примерно в Москве, если населения 13 млн и машина есть у каждой третьей семьи (семья ~ 3 человека).
8. Если бы все жители Москвы (13 млн) встали в одну цепочку, взявшись за руки (примерно 1 м на человека), какой длины она получилась бы? Сравни с

длиной экватора (~40 000 км).