Урок 3. Давление и закон Архимеда

Физика вокруг нас · ~35 минут

Прямо сейчас на твою макушку давит столб воздуха высотой в сотню километров — с силой около тонны. Ты этого не чувствуешь, потому что давление действует со всех сторон и изнутри тоже. А стальной корабль в сотни тысяч тонн спокойно плавает. Как? Сегодня разберёмся с давлением и великим законом Архимеда — и посчитаем, какая доля айсберга спрятана под водой.

🎯 Что ты узнаешь

- Что такое давление и почему $p = \rho g h$ для жидкости.
- Откуда берётся атмосферное давление и почему оно ~100 000 Па.
- Почему стальной корабль не тонет, а гвоздь тонет.
- Какая доля айсберга под водой — и почему именно столько.

📖 Разбираемся в теме

Давление: сила, размазанная по площади

Представь, что ты давишь на что-то с силой F. Результат — «продавит» или нет — зависит не только от силы, но и от того, на какую площадь эта сила приходится. Кнопку в стену ты вдавливаешь тем же усилием пальца, каким не продавишь ровную дощечку: у кнопки всё усилие собрано на крохотном острие.

Давление — это как раз сила, приходящаяся на единицу площади:

$$p = F / S.$$

Разберём, что здесь что: F — сила, которая давит перпендикулярно поверхности (в ньютонах, Н); S — площадь, по которой эта сила «размазана» (в квадратных метрах, $м^2$). Делим силу на площадь — получаем, сколько силы приходится на каждый квадратный метр.

Единица давления — паскаль: **1 Па = 1 Н/м²** (буквально «один ньютон на один квадратный метр»). Паскаль крохотный: лист бумаги давит на стол примерно 1 Па. Поэтому в жизни удобнее килопаскали (кПа) и атмосферы.

Один и тот же вес даёт разное давление в зависимости от площади. Давай посчитаем для женщины на шпильках. Площадь каблука-шпильки ~1 см². Переведём в метры: 1 см = 0,01 м = 10^{-2} м, значит 1 см² = $(10^{-2})^2$ м² = 10^{-4} м². Вес ~500 Н (это примерно 50 кг × 10). Тогда давление:

$p = F / S = 500 / 10^{-4} = 500 \times 10^4 = \mathbf{5 \times 10^6}$ **Па**.

Это в разы больше, чем создаёт слон: слон тяжелее, но у него огромная площадь ступни, и та же логика деления на большую S даёт маленькое давление. Вот почему шпильки протыкают линолеум, а слон — нет.

> 💡 Деление на маленькое число даёт большой результат. Вся «магия» острия — не в силе, а в крошечной S в знаменателе.

Давление в жидкости: p = ρgh

Теперь выведем главную формулу гидростатики честно, по шагам. Идея простая: жидкость давит на дно **своим собственным весом**. Значит, надо посчитать вес столбика жидкости и поделить на площадь.

Шаг 1. Что такое плотность. Плотность ρ («ро») показывает, сколько килограммов вещества помещается в одном кубическом метре: $\rho = m / V$, откуда масса $\mathbf{m = \rho \cdot V}$. Для воды ρ = 1000 кг/м³ — значит, кубометр воды весит тонну.

Шаг 2. Объём столбика. Мысленно вырежем в жидкости вертикальный столбик высотой h с площадью основания S. Объём такого столбика (как у бруска или цилиндра) — это площадь основания на высоту:

$V = S \cdot h$.

Шаг 3. Масса столбика. Подставляем объём в формулу массы:

$m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot h$.

Шаг 4. Вес столбика. Вес — это сила, с которой Земля тянет массу вниз, $P = m \cdot g$, где $g \approx 9{,}8$ Н/кг. Значит:

$P = m \cdot g = \rho \cdot S \cdot h \cdot g$.

Шаг 5. Давление на дно. Этот вес давит на площадь дна S. По определению давления делим силу на площадь:

$p = P / S = (\rho \cdot S \cdot h \cdot g) / S$.

Шаг 6. Сокращаем S. В числителе и знаменателе стоит одинаковый множитель S — он сокращается:

$$\boxed{p = \rho \cdot g \cdot h}$$

Давление столба жидкости: плотность × g × глубина.

Заметь, что произошло: **площадь ушла**! Давление на глубине h не зависит ни от ширины сосуда, ни от его формы — только от плотности жидкости и глубины. Это называют гидростатическим парадоксом: в тонкой трубке и в широком озере на глубине 10 м давление одинаковое.

> 🤔 Почему форма не важна? Потому что мы делили вес столбика (в нём была S) на площадь дна (тоже S), и они сократились. Шире столбик — больше вес, но ровно во столько же раз больше и площадь. Отношение не меняется.

Посчитаем давление воды на глубине 10 м ($\rho = 1000$ кг/м³, $g \approx 9{,}8$):

$p = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \times 9{,}8 \times 10$.

Считаем по порядку: $1000 \times 9{,}8 = 9800$; затем $9800 \times 10 =$ **98 000 Па ≈ 1 атмосфера**.

📌 **Запомни:** каждые 10 метров глубины в воде добавляют примерно одну атмосферу давления. На 10 м под водой давление вдвое больше атмосферного (атмосфера сверху + вода), на 20 м — втрое.

🤔 **А знаешь ли ты?** В Марианской впадине глубина ~11 000 м. Это 1100 «десятков метров», то есть примерно 1100 атмосфер ≈ $1{,}1 \times 10^8$ Па. На каждый квадратный сантиметр там давит больше тонны. И всё равно там живут рыбы.

Атмосферное давление

Воздух тоже имеет вес, и его столб давит на нас — по той же логике, что и столб воды. Нормальное атмосферное давление **p_0 ≈ 101 325 Па ≈ 10^5 Па**.

Сила давления воздуха на ладонь. Раз мы знаем давление p_0 и площадь ладони S, силу найдём из определения давления. Из $p = F/S$ следует $F = p \cdot S$. Возьмём ладонь площадью ~100 см². Переведём: 100 см² = 100×10^{-4} м² = 10^{-2} м² = 0,01 м². Тогда:

$F = p_0 \cdot S = 10^5 \times 0{,}01 = 10^5 \times 10^{-2} = 10^3 =$ **1000 Н**.

Это как будто на ладони лежит гиря 100 кг (ведь 1000 Н ÷ 10 Н/кг = 100 кг)! Мы не замечаем, потому что снизу на ладонь воздух давит ровно столько же — силы уравновешены.

Высота однородной атмосферы. Представим на минуту, что весь воздух имеет одинаковую плотность $\rho \approx 1{,}3$ кг/м³ (на самом деле вверху он разрежён, но нам нужна оценка). Тогда атмосфера — это просто столб воздуха высотой H, и к нему применима та же формула $p_0 = \rho \cdot g \cdot H$. Мы знаем давление p_0 и хотим найти высоту H. Выразим H, поделив обе части на $(\rho \cdot g)$:

$H = p_0 / (\rho \cdot g)$.

Подставляем числа:

$H = 10^5 / (1{,}3 \times 9{,}8)$.

Считаем знаменатель: 1,3 × 9,8 ≈ 12,74. Теперь делим: 100 000 / 12,74 ≈ **7900 м ≈ 8 км**.

Это и есть «высота однородной атмосферы». Реальная атмосфера тянется гораздо выше, но кверху разрежается — а вот эти ~8 км как раз тот масштаб, на котором давление падает заметно (на Эвересте, 8848 м, давление уже примерно втрое меньше).

Закон Архимеда

Теперь выведем выталкивающую силу — не поверим на слово, а получим её из разности давлений сверху и снизу тела.

Шаг 1. Возьмём удобное тело. Пусть в жидкости плотностью ρ погружён прямоугольный брусок с площадью основания S. Его верхняя грань — на глубине $h_{верх}$, нижняя — на глубине $h_{низ}$ ($h_{низ}$ больше, ведь низ глубже). Высота бруска: $h_{низ} - h_{верх}$.

Шаг 2. Давление на нижнюю и верхнюю грани. По формуле $p = \rho g h$:

- снизу давит $p_{низ} = \rho \cdot g \cdot h_{низ}$ (толкает тело **вверх**);
- сверху давит $p_{верх} = \rho \cdot g \cdot h_{верх}$ (толкает тело **вниз**).

Поскольку $h_{низ}$ больше $h_{верх}$, снизу давление больше — значит, суммарно жидкость толкает тело вверх. (Давления на боковые грани симметричны слева и справа, они гасят друг друга и в вертикальном направлении не участвуют.)

Шаг 3. Переведём давления в силы. Сила = давление × площадь ($F = p \cdot S$):

- сила снизу вверх: $F_{низ} = p_{низ} \cdot S = \rho \cdot g \cdot h_{низ} \cdot S$;
- сила сверху вниз: $F_{верх} = p_{верх} \cdot S = \rho \cdot g \cdot h_{верх} \cdot S$.

Шаг 4. Результирующая сила. Вычтем из силы, толкающей вверх, силу, толкающую вниз:

$$F_A = F_{низ} - F_{верх} = \rho \cdot g \cdot h_{низ} \cdot S - \rho \cdot g \cdot h_{верх} \cdot S.$$

Вынесем общий множитель $\rho \cdot g \cdot S$ за скобку:

$$F_A = \rho \cdot g \cdot S \cdot (h_{низ} - h_{верх}).$$

Шаг 5. Узнаём объём. Но $S \cdot (h_{низ} - h_{верх})$ — это площадь основания на высоту бруска, то есть его объём V! Подставляем:

$$F_A = \rho_{жидк} \cdot g \cdot V_{погр}$$

Выталкивающая сила = вес вытесненной жидкости.

где $V_{погр}$ — объём погружённой части. Словами: **выталкивающая сила равна весу вытесненной жидкости** (ведь $\rho_{жидк} \cdot V$ — это масса вытесненной жидкости, а умножив на g, получаем её вес). Это и открыл Архимед в ванне (и, по легенде, побежал голым с криком «Эврика!»).

> 📌 Мы брали брусок ради простоты, но результат верен для тела любой формы: его всегда можно мысленно сложить из множества тонких вертикальных столбиков, и для каждого работает то же рассуждение.

Условие плавания. Тело плавает, когда выталкивающая сила уравновешивает его вес — они равны по величине и противоположны по направлению:

$F_A = F_{тела}$.

Распишем обе стороны. Слева — только что выведенная архимедова сила через погружённый объём: $F_A = \rho_{жидк} \cdot g \cdot V_{погр}$. Справа — $F_{тела}$ через его массу и плотность: $F_{тела} = m_{тела} \cdot g = \rho_{тело} \cdot V_{тело} \cdot g$. Приравниваем:

$\rho_{жидк} \cdot g \cdot V_{погр} = \rho_{тело} \cdot g \cdot V_{тело}$.

Сократим одинаковый множитель g слева и справа (делим обе части на g):

$\rho_{жидк} \cdot V_{погр} = \rho_{тело} \cdot V_{тело}$.

Теперь выразим долю погружённого объёма. Поделим обе части на $V_{тело}$ и на $\rho_{жидк}$:

$$\frac{V_{\text{погр}}}{V_{\text{тела}}} = \frac{\rho_{\text{тела}}}{\rho_{\text{жидк}}}$$

Доля погружённого объёма равна отношению плотностей.

Прочитай эту формулу словами: какую долю тела спрячет под воду — во столько же раз, во сколько плотность тела меньше плотности жидкости. Чем ближе плотности, тем больше тела под водой.

Почему корабль плавает, а гвоздь тонет

Гвоздь из сплошной стали: ρ_стали ≈ 7800 кг/м³, а ρ_воды = 1000 кг/м³. Плотность тела больше плотности воды, поэтому доля погружения по нашей формуле получилась бы больше единицы (7800/1000 = 7,8) — а «погрузиться больше чем на 100%» нельзя. Это и означает: выталкивающей силы не хватает, гвоздь тонет.

Корабль тоже стальной, но внутри — **воздух**. Если считать среднюю плотность всего корпуса (тяжёлая сталь + огромный объём лёгкого воздуха), масса делится на большой объём, и средняя плотность выходит меньше плотности воды. Пока средняя плотность корабля ниже 1000 кг/м³, он плавает. Пробей дыру — вода вытеснит воздух, средняя плотность подскочит выше 1000, и корабль утонет.

> 💡 Хочешь, чтобы фольга плавала? Расплющенный шарик фольги тонет, а лодочка из той же фольги плавает — потому что «захватывает» воздух и снижает среднюю плотность. Проверь на кухне!

Айсберг: сколько под водой?

Применим формулу доли погружения к айсбергу. Лёд: $\rho_{льда} \approx 917$ кг/м³. Морская вода: $\rho_{воды} \approx 1025$ кг/м³. По выведенной формуле:

$V_{погр} / V_{тело} = \rho_{тело} / \rho_{жидк} = 917 / 1025$.

Делим: 917 / 1025 ≈ **0,895**, то есть примерно 0,9.

Значит под водой около **90%** айсберга, а над водой торчит всего ~**10%** (ведь 1 – 0,9 = 0,1). Отсюда выражение «верхушка айсберга». Если считать с пресной водой (1000 кг/м³), получим 917/1000 = 0,917 ≈ 92% под водой.

> ⚠️ **Частая ошибка:** думать, что раз лёд «лёгкий», он почти весь торчит наружу. Наоборот — плотности льда и воды очень близки (917 и 1025 отличаются всего процентов на десять), поэтому по формуле доля погружения близка к единице: лёд едва-едва всплывает, и снаружи остаётся лишь десятая часть.

🔬 Опыт дома

Яйцо, которое всплывает: измеряем плотность солёной воды.

Возьми: сырое яйцо, высокий стакан, воду, поваренную соль, ложку.

1. Опусти яйцо в стакан с обычной водой. Оно **утонет**: плотность яйца (~1030–1050 кг/м³) чуть выше плотности пресной воды (1000), и по нашей формуле доля погружения больше единицы — значит, тонет.
2. Вынь яйцо. Начни растворять соль в воде, тщательно размешивая, — ложка за ложкой. Соль увеличивает плотность раствора: та же вода становится «тяжелее».
3. В какой-то момент опущенное яйцо **всплывёт и зависнет** в толще. Это значит: плотность раствора сравнялась с плотностью яйца, ~1050 кг/м³. Доля погружения стала равна ровно 1 — яйцо погружено целиком, но уже не тонет.

4. Добавь ещё соли — ρ_жидк станет больше ρ_яйца, доля погружения станет меньше 1, и яйцо всплывёт выше, будет торчать всё больше. Ты своими руками управляешь долей погружения через плотность жидкости!

Почему: как только ρ_жидк ≥ ρ_яйца, выталкивающая сила побеждает вес. В Мёртвом море (соли ~34%, плотность ~1240 кг/м³) по той же причине не тонет человек — можно лежать и читать газету.

✍️ Разбор примера

Задача. Деревянный брусок плотностью 600 кг/м³ плавает в воде. Какая часть его высоты торчит над водой?

Решение по шагам.

1. Берём выведенную формулу доли погружённого объёма: V_погр/V = ρ_дерева/ρ_воды. Подставляем числа: 600/1000 = **0,6**.
2. Для бруска с вертикальными стенками объём пропорционален высоте (V = S·h с одинаковой S), поэтому доля объёма равна доле высоты. Значит под водой 60% высоты бруска.
3. Над водой остаётся всё остальное: 1 – 0,6 = **0,4**, то есть **40%** высоты торчит наружу.

Проверка здравым смыслом: дерево заметно легче воды, поэтому большая часть под водой, но приличный кусок (40%) виден — сходится с тем, что видишь на пруду.

Задача 2. С какой силой атмосфера давит на крышку стола 1,5 м × 0,8 м сверху?

Решение по шагам.

1. Найдём площадь крышки (прямоугольник — перемножаем стороны): S = 1,5 × 0,8 = 1,2 м².
2. Силу берём из определения давления, F = p·S, подставляя атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па: $F = p_0 \cdot S = 10^5 \times 1{,}2 =$ $\mathbf{1{,}2 \times 10^5}$ **Н** — около 12 тонн!

3. Стол не ломается, потому что снизу воздух давит с той же силой вверх — сверху и снизу по 12 тонн, и они уравновешиваются.

📝 Задачи

1. Чему равно давление воды на дне бассейна глубиной 3 м (без учёта атмосферы)? А с учётом атмосферы?
2. На какой глубине в озере давление воды (без атмосферы) достигает 2 атмосфер? Прими 1 атм = 10^5 Па.
3. Кусок пробки плотностью 240 кг/м^3 плавает в воде. Какая доля его объёма под водой?
4. Тело плавает в воде так, что над поверхностью торчит ровно половина объёма. Какова плотность тела?
5. Айсберг возвышается над водой на 30 м (по высоте). Оцени полную высоту айсберга, если под водой 90% высоты.
6. С какой силой атмосферное давление прижимает две сложенные ладони площадью 150 см^2, если между ними откачать воздух наполовину (внутри осталось 0,5 атм)? Почему их станет трудно разнять?
7. Стальной шар объёмом 1 л (ρ_стали = 7800 кг/м^3) висит в воде на нити. Найди силу натяжения нити. (Подсказка: вес минус архимедова сила.)
8. Подводная лодка «продувает» балластные цистерны, вытесняя из них воду воздухом. Объясни через среднюю плотность, почему после этого лодка всплывает.